



Effet du milieu sur la propagation des neutrinos dans la matière nucléaire

Jérôme Margueron

► To cite this version:

Jérôme Margueron. Effet du milieu sur la propagation des neutrinos dans la matière nucléaire. Physique mathématique [math-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2001. Français. NNT: . tel-00001429

HAL Id: tel-00001429

<https://theses.hal.science/tel-00001429>

Submitted on 14 Jun 2002

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

U.F.R. SCIENTIFIQUE D'ORSAY
INSTITUT DE PHYSIQUE NUCLÉAIRE D'ORSAY

THÈSE DE DOCTORAT

présentée par

Jérôme MARGUERON

pour obtenir le grade de docteur en sciences de l'université Paris XI Orsay

Sujet :

**EFFETS DU MILIEU SUR LA PROPAGATION DES
NEUTRINOS DANS LA MATIÈRE NUCLÉAIRE**

soutenue publiquement le 3 Juillet 2001 devant la commission d'examen

M. Pierre Binétruy	Président
M. Ignazio Bombaci	Examineur
M. Jacques Meyer	Rapporteur
M. Jesús Navarro	Rapporteur
M. Van Giai Nguyen	Directeur de Thèse
M. Peter Schuck	Examineur

A mes parents,
A Muriel.

Taùraa

E te tumu ruperupe e, a tahitià mai.
O paraita teie ia mata nounou.
E pä ia Rua-hotu,
I te manu rii ài räau.
Inaha o Tahiti märeàrèà,
Ua pau ia popoti ài puo.
Atoro-i-rai, tiàia mai òe ia Rima tautau,
Ia päètaèta, ia pautuutu
E tä ia Rima tïpee,
E huri ia Rima faatau,
Ia ruperupe i ta na ruperupe.
A tirë ia vaha mama noa,
Oï pau to niho i te rō hohoni.
E paraita, èrä iho te àere fenua
Tei to aro,
Tatari noa ra i ta òe àata.
E tapi i to a nanahi,
A nanahi i te rä uiui.

Invocation

Forces de la nature écoutez
Écoutez l'histoire de Paraita aux yeux pleins de convoitise
Écoutez l'appel du Dieu qui fait pousser les plantes
Déjà les rongeurs le menacent
Tahiti se dessèche
Rongée par les insectes.
Force qui lance les arbres dans le ciel
Viens toucher la main pendante
Pour qu'elle redevienne vigoureuse
Et qu'elle produise elle-même
Fini le temps de la bouche ouverte
Les fourmis viendront grignoter ce qui reste entre les dents
Paraita, la terre devant toi attend tes plantations
Pense à demain
Demain au soleil plein de questions.

Henri Hiro, message poétique, Tupuna éditions.

Remerciements

Ce travail a pu être effectué grâce à une allocation de recherche du rectorat de Versailles et à un monitorat à l’université de Cergy-Pontoise.

Je suis reconnaissant à Sydney Galès et Nimet Frascaria de m’avoir accueilli à la Division de Recherche de l’IPN d’Orsay. Je remercie Van Giau Nguyen de m’avoir pris dans son groupe, d’avoir dirigé mes recherches et de m’avoir proposé un sujet passionnant. Je veux lui exprimer toute ma gratitude pour le climat d’amicale et stimulante collaboration qui s’est établi entre nous. Tout au long de notre collaboration, et surtout au moment de rédiger ce manuscrit, ses remarques, ses critiques et ses corrections m’ont toujours été fort utiles.

Je remercie Pierre Binétruy d’avoir accepté de présider mon jury de thèse, Jacques Meyer et Jesús Navarro ainsi qu’Ignazio Bombaci et Peter Schuck d’en avoir été les rapporteurs et examinateurs. Leurs suggestions et remarques m’ont permis, entre autres, de dégager de nouveaux développements à ce travail.

La diffusion des neutrinos dans la matière nucléaire est un sujet récent dans le groupe de Physique Théorique. Il avait été abordé par Dominique Vautherin, Philippe Chomaz et Jean-Louis Basdevant. Je tiens à remercier Dominique Vautherin de m’avoir initié à la physique des étoiles à neutrons et d’avoir débuté ce travail ensemble. Sa terrible maladie l’a obligé à interrompre subitement la recherche et il n’était déjà plus présent lors de ma soutenance. Je resterai à jamais marqué par sa bonhomie, je garderai le souvenir d’un physicien humain et brillant. J’ai continué ce travail avec Jesús Navarro que je tiens à remercier très chaleureusement pour m’avoir accueilli à deux reprises à Valencia et pour m’avoir consacré tout son temps, au risque de vexer sa femme, sa fille et tous ses amis. Je désire le remercier pour la clarté des nombreux cours improvisés sur son petit tableau et pour les quelques astuces élémentaires de décontraction en période de stress... disons de rédaction...

Je me suis aussi intéressé aux approches relativistes du problème à N corps et je tiens à remercier Jiang Wei Zhou, qui a effectué une année de Post-Doc dans le groupe, pour le travail que nous avons effectué ensemble sur ce sujet. Je remercie aussi Armen Sedrakian, qui a séjourné 6 mois ici, de m’avoir lancé sur le sujet novateur du calcul de la diffusion à deux boucles. Ce travail qui n’a pas pu être fini à temps ne fait hélas pas partie du

manuscrit final. Son approche pragmatique et efficace nous ont permis de surmonter de nombreux obstacles.

Les nombreuses discussions que j'ai eues avec les physiciens du groupe m'ont beaucoup profité, en particulier celles que j'ai eues avec Nicole Vinh Mau, Maria-Cristina Volpe, Elias Khan, Marcella Grasso, Monique Lassaut, Marcel Vénéroni, Marcelle L'Huillier, Peter Schuck, Hans-Josef Schulze, Roland Lombard, Jan Stern, Cécile Martin, Hubert Flocard, Rui da Silveira, Charles Schmit et Claude Jacquemin. Je tiens aussi à exprimer ma reconnaissance à Jean-François Berger et à Jean-Paul Blaizot pour les échanges très instructifs que nous avons eus. Je remercie aussi Jean-Pierre Maillet et Hagop Sazdjian pour m'avoir aiguillé vers un stage à l'IPN avec Gai sur les noyaux à halo. Puis, c'est avec Angela Bonaccorso que j'ai poursuivi l'étude de ce thème. Elle m'a accueilli à Pise pour un stage de quatre mois, ce qui a donné naissance à une grande amitié et à une collaboration continue (que Gai qualifie de seconde vie). Merci de m'avoir donné l'envie de continuer dans la physique nucléaire, de ton soutien continu et de ton enthousiasme. Je remercie aussi David Brink pour les conseils judicieux et les encouragements qu'il a apportés à notre collaboration. Enfin, j'ai effectué mon dernier stage sous la direction de Henri Laurent que je remercie pour m'avoir fait partager plusieurs mois de l'activité d'un expérimentateur en physique nucléaire. Je remercie aussi l'ex-groupe SNR pour son accueil chaleureux.

J'ai eu aussi beaucoup de plaisir à travailler (ma troisième vie ?) avec Jean-Antoine Scarpaci, Philippe Chomaz, Denis Lacroix et Muriel Fallot. Aussi, l'ambiance amicale et fructueuse de cette collaboration m'a motivé à poursuivre un post-doc au GANIL.

Le présent travail a nécessité de nombreux calculs numériques. Je tiens à remercier Marie-Thérèse Commault, Valérie Givaudan, Michel Givort et Paul Gara pour les conseils qu'ils m'ont donnés lors de l'écriture des programmes et pour les nombreux coups de mains sous unix.

J'ai eu quelques rares occasions de visiter des accélérateurs et je tiens à remercier les personnes qui m'ont fait visiter le GANIL (Muriel Fallot, Jean-Antoine Scarpaci et Elias Khan), le TANDEM (Henri Laurent, Marin Chabot) et KVI (Henri Laurent et Jacques Guillot). Je remercie aussi les ex-groupes PNIL et SAGA de m'avoir supporté quelques week-ends en manip.

Comment pourrait-on s'y retrouver sans la bienveillance de notre secrétaire Michèle Verret ? Sans l'aide du personnel de la bibliothèque ? Sans Valérie Frois qui nous a kidnappés, Muriel et moi, et envoyés au diable vauvert pour tenter de redonner le goût des sciences à quelques lycéens ? Sans mes amis d'Orsay, de Chatenay-Malabry, de Paris, de Tours, de Nantes, de Lyon, de Marseille, d'Italie et de Sicile, de Croatie, d'Espagne, de Hollande, du Chili, . . . heu non, du Pérou, de Bombay, de Tahiti ? Sans l'ensemble des thésards de l'IPN ? Sans la secte des AJT ? Sans la présence attentive de Nimet ? Sans le

noyau dur initial des APN (Santiago et Muriel) ? Sans les vacances à Sancerre avec Nicolas, Isabelle, Santiago, Ingrid, Julien, Cristina, Olivier et Samir ? Sans nos discussions avec Nicole ? Sans la sympathie des enseignants de Cergy-Pontoise, et je pense en particulier à The Diep Hung et Isabelle Comyn Wattiau ? Sans mon acolyte d'enseignement Olivier Deloubrière ? Sans la journée en chemise Tahitienne ? Sans IPNO-Y-TAYTAYE à Concarnaux ? Sans les professeurs qui m'ont subi au cours de ma scolarité comme Luc Abergel, le fameux Monsieur Meder et le strict Monsieur Chin ? Sans toutes celles et tous ceux à qui je dois beaucoup depuis que je suis en France, Muriel, Ruanda, Caroline, Mélanie, Clarisse, Madeleine, Geneviève et Jean-Louis, Gaelle, Jean-Philippe, Fabrice, Sébastien, Alexis, Jérôme, Georges ? Sans Rantanplan et les punks Irlandais ? Enfin, sans toutes celles et tous ceux que je n'ai pas cités et qui, je l'espère, ne m'en voudront pas trop ?

Doit-on préciser pourquoi on remercie ses parents ? Alors, avec tout mon cœur merci . . . Merci à ma mère, qui voyant son rejeton un peu déprimé et s'ennuyant aux cours élémentaires, a eu l'idée de lui offrir deux tomes d'un livre d'activité d'éveil (précurseur à l'époque) grâce auquel il a trouvé qu'on pouvait faire des trucs sympas comme extraire des couleurs des plantes, faire des petites piles ou bien construire entièrement des moteurs électriques, et tout cela l'a occupé jusqu'à aujourd'hui. Merci à mon père d'avoir toujours voulu que le manuel de la famille, ce soit mon frère cadet. Merci à mes complices de frères, Samuel et Brice. Merci à Papy et Mamy pour les visites au palais de la découverte, aux galeries minéralogiques et pour le goût transcendant du bateau. Merci à OMA de ton attention extrême vis à vis de ton petit singe (sic OPA) d'outre-mer. Merci à Marijke de m'avoir donné le plaisir de l'observation de la nature, des oiseaux migrateurs, à pied ou à vélo. Merci aux parents et à la grand-mère de Muriel que j'ai eu la joie de voir dans l'assistance.

A propos de ma soutenance, je n'ai pas remercié publiquement tous ceux qui m'ont aidé, alors je profite de ces quelques lignes pour leur manifester mon extrême reconnaissance. Merci à la coordination de Michèle et de Muriel, merci à Cynthia, à Stephanie et à Diego pour avoir préparé salades, tartes et gateaux, merci à Mamy pour ses Makroutes, merci à Samuel, Gérard, Régine, Louise, Annelise, Franck, Thomas, Elise de m'avoir aidé à l'organisation.

Enfin, merci à toi, Muriel, de ta présence de chaque jour, merci de ton soutien indéfectible, merci pour tout. Je serai là quand tu en auras besoin, même si tu n'en as pas besoin, même si je ne suis pas là . . . tous les jours . . .

Sommaire

Remerciements	vii
1 Introduction	1
1.1 Les étoiles à neutrons	1
1.2 Formation d’une proto-étoile à neutrons	2
1.3 But de ce travail	4
I Matière nucléaire et forces effectives	7
2 Propriétés statiques de la matière nucléaire	9
2.1 Introduction	10
2.2 Équation d’état non-relativiste	12
2.2.1 Champ moyen à température finie	12
2.2.2 La force de Skyrme	14
2.2.3 La force de Gogny	17
2.2.4 Équation d’état de la proto-étoile à neutrons	19
2.3 Équation d’état relativiste	21
2.3.1 Approximation de champ moyen	23
2.3.2 Équation d’état de la proto-étoile à neutrons	26
2.4 Discussion	28
2.4.1 Matière nucléaire symétrique saturée en spin	28
2.4.2 Matière de neutrons saturée en spin	29
2.4.3 Matière asymétrique en équilibre β	33
2.4.4 Matière de neutrons polarisée	35
2.5 Récapitulatif	37
3 Conditions de stabilité dans l’espace d’isospin et de spin	39
3.1 Matière symétrique de neutrons et de protons	40
3.1.1 Énergie d’asymétrie d’isospin	41
3.1.2 Énergie d’asymétrie de spin	43

3.2	Instabilité de spin dans la matière asymétrique de protons et de neutrons .	43
3.3	Choix des forces	49
II	Réponses du système	51
4	Fonctions de réponse avec une force effective de Skyrme	53
4.1	Théorie de la réponse linéaire	54
4.2	Réponse d'un gaz de Fermi libre	56
4.3	Réponse à l'approximation Hartree-Fock	57
4.3.1	Voie neutre	58
4.3.2	Voie d'échange de charge	60
4.4	Réponse RPA	60
4.4.1	L'interaction résiduelle	61
4.4.2	Réponse dans le cas de la diffusion dans la matière de neutrons pure	63
4.4.3	Réponse dans le cas de la diffusion dans la matière asymétrique .	68
4.4.4	Réponse dans le cas de l'absorption dans la matière asymétrique, canal pn^{-1}	70
5	Fonctions de réponse avec une force de Gogny	73
5.1	Réponse à l'approximation Hartree-Fock	74
5.2	Réponse RPA	76
5.2.1	Interaction résiduelle	76
5.2.2	Réponse dans le cas de la diffusion dans la matière de neutrons pure	77
6	Fonctions de réponse avec des modèles relativistes	79
6.1	Formalisme	80
6.2	Résultats	84
7	Libres parcours moyen des neutrinos	87
7.1	Calcul du libre parcours moyen	88
7.1.1	Taux de réaction	88
7.1.2	Limite non-relativiste	90
7.1.3	Calcul relativiste	91
7.2	Matière de neutrons	92
7.3	Matière asymétrique	99
8	Conclusions et perspectives	105

A	Les différentes paramétrisations	109
A.1	Paramétrisations des forces de Skyrme	109
A.2	Paramétrisations des forces de Gogny	109
A.3	Paramétrisations relativistes	110
B	Densité d'énergie dans la matière asymétrique en spin et en isospin	111
B.1	Avec la force de Skyrme	111
B.2	Avec la force de Gogny	112
C	Paramètres de Landau	113
C.1	Skyrme	113
C.2	Gogny	114
C.3	Formulaire	115
D	Susceptibilités généralisées	117
D.1	Voie sans échange de charge (χ_{2i}^n, χ_{2i}^p)	117
D.2	Voie d'échange de charge (χ_0^{pn-1})	118
E	Polarisations Hartree	119
E.1	Parties imaginaires	119
E.2	Parties réelles	122
	Références	123
	Table des figures	129
	Liste des tableaux	133

Chapitre 1

Introduction

*“I bow low. I have observed the apparition of a guest star.
Its color was an iridescent yellow . . . The land will know great prosperity.”*

Yang Wei-T’e, Astronome impérial de la dynastie Sung, 1054
(Rapporté par Norman Glendenning).

1.1 Les étoiles à neutrons

Les étoiles à neutrons se trouvent parmi les objets les plus fascinants de notre univers. Elles contiennent l’équivalent en masse du Soleil dans une sphère de 10 km de rayon. Elles constituent un champ d’étude des propriétés de la matière à très haute densité et sont des candidats idéaux pour tester les théories de relativité générale. Dans une large mesure, les étoiles à neutrons et les collisions d’ions lourds nous donnent accès au diagramme de phase de la matière à très haute densité et température. La découverte du neutron par Chadwick en 1932 a donné l’idée à Landau de la possible existence des étoiles à neutrons. En 1934, Baade et Zwicky [Baa34] ont suggéré qu’une étoile à neutrons pouvait être générée par une supernova pour laquelle le cœur de Fer de l’étoile génitrice aurait dépassé la masse de Chandrashekar et se serait donc effondré. La grande quantité d’énergie dégagée par cet effondrement ferait exploser l’étoile et le cœur effondré pourrait former une étoile à neutrons. Ce scénario prévoyait une masse d’étoile à neutrons supérieure à $1.4 M_{\odot}$. Les premiers calculs théoriques ont été effectués par Oppenheimer et Volkoff [Opp39] en 1939 en supposant que le liquide de neutrons est lié grâce à l’interaction gravitationnelle dont l’attraction est équilibrée par la pression de Pauli des neutrons. Bell et Hewish ont découvert des Pulsars-radio en 1967 qui furent identifiés à des étoiles à neutrons en rotation par Gold [Gol69]. La détection du pulsar du Crabe parmi les restes de la supernova observée en 1054 par les Chinois a confirmé le scénario d’explosion des supernovae et a motivé de nouveaux efforts pour mieux comprendre la structure des étoiles à neutrons et surtout le scénario d’explosion.

Environ 1200 pulsars ont déjà été découverts. Leur axe de rotation et leur axe magnétique n'étant pas alignés, ils émettent une radiation dipolaire dans le domaine radio observée sur Terre chaque fois qu'on croise la direction du faisceau. La période de ces pulsars varie entre 1.5 ms et 8.5 s. La période de rotation des pulsars est extrêmement régulière sauf à de rares moments où la variation relative de la période atteint environ 10^{-8} – 10^{-6} . Ce phénomène est connu sous le nom de "glitch" et suggère que l'étoile à neutrons possède une croûte solide et un super-fluide de neutrons [Pet95].

Le premier système binaire de pulsars a été découvert par Hulse et Taylor [Hul94, Tay94]. Ils ont pu déterminer leur masses, leur périodes orbitales, la dérivée de leur période, la distance orbitale et leur inclinaison. La théorie de la relativité générale a pu être testée avec une précision inégalée. Depuis, on connaît 6 systèmes binaires d'étoiles à neutrons, avec des masses de $1.36 \pm 0.08 M_{\odot}$. Les détecteurs de rayon X embarqués dans des satellites depuis les années 70 ont permis d'identifier environ 200 pulsars de rayons X. On suppose que ce sont des étoiles à neutrons accréant la matière d'un compagnon. Les "X-ray Bursts" [Wie98] seraient des explosions thermonucléaires de la matière qui s'accrète à la surface d'une étoile à neutrons. Durant ces dernières années, beaucoup d'efforts ont été engagés pour mesurer la température à la surface des étoiles à neutrons. Dans la plupart des cas, seulement une valeur limite a pu être établie [Pet92].

Le nombre de supernovae par siècle dans notre galaxie et dans les galaxies proches se trouve entre 1 et 3 et la dernière en date à été observée en 1987 (SN1987A). Aucune étoile à neutrons n'a encore été détectée à l'endroit de la supernova. Cependant, 19 neutrinos ont été "vus" sur terre, indiquant la formation d'une proto-étoile à neutrons. Les projets d'observations futures d'étoiles à neutrons sont très nombreux. De nouveaux détecteurs de rayons X et Gamma vont être satellisés. Les détecteurs de neutrinos devraient compter plusieurs centaines de neutrinos si une supernova comme SN1987A se produisait à nouveau. Un détecteur d'ondes gravitationnelles (VIRGO) est en cours de réalisation. Il devrait être sensible aux gravitons produits lors d'une explosion de supernova. Enfin, des détecteurs de neutrinos de très haute énergie (ANTARES, . . .) pourraient même être sensibles au flux de neutrinos provenant d'une supernova.

1.2 Formation d'une proto-étoile à neutrons

Les supernovae de type II résultent de l'effondrement gravitationnel d'une étoile très massive (10 – $30 M_{\odot}$) ayant atteint la fin de sa vie. La structure en pelure d'oignon de l'étoile génitrice indique que plus on se rapproche du centre de l'étoile plus les noyaux sont lourds. Cette structure, qui fut proposée par Burbidge, Fowler et Hoyle en 1957 [Bur57], résulte de la combustion thermonucléaire pour laquelle des noyaux légers se combinent ensemble pour former des noyaux plus lourds. L'énergie gagnée ainsi assure

une pression dite pression de radiation qui équilibre la pression gravitationnelle et stabilise l'étoile. Ces réactions de fusion ne peuvent pas avoir lieu indéfiniment parce qu'à partir du Fer (élément le plus stable de tous), il faut fournir de l'énergie pour synthétiser les noyaux plus lourds. Arrivé à la synthèse du Fer, la stabilité du coeur de l'étoile n'est plus assurée que par la pression électronique. Quand la masse du coeur dépasse la masse de Chandrashekar ($M_C = 5.76 Y_e^2 M_\odot$, Y_e étant la fraction d'électrons par nucléon), l'effondrement est inévitable. Le coeur occupe alors une région relativement petite de l'étoile : son rayon est d'environ 3000 km contre 30 million de km pour l'étoile entière. Au fur et à mesure que la densité augmente, les réactions de capture d'électrons et la désintégration endothermique du Fer (${}^{56}\text{Fe} \rightarrow 13\alpha + 4n - 125\text{MeV}$) contribuent à diminuer rapidement la pression de la matière, ce qui accélère encore plus l'effondrement. L'effondrement a lieu en 0.1 s (temps d'une chute libre) et n'affecte pas la matière enveloppant le coeur car l'information se propage à la vitesse du son, et donc en un temps très long à l'échelle de l'effondrement.

Les premières réactions de capture électronique ont lieu lorsque la densité de la matière atteint environ 10^7g/cm^3 et les neutrinos électroniques s'échappent librement de la matière. Ils devraient être observés dans les supernovae futures grâce aux nouveaux détecteurs. Cette émission initiale est rapidement atténuée car la densité et la température augmentant, les neutrinos se retrouvent piégés dans la matière. Lorsque la matière atteint la densité nucléaire ($3 \cdot 10^{13} \text{g/cm}^3$), son incompressibilité et la pression de Fermi des nucléons arrêtent l'implosion de la partie centrale du coeur alors que la partie extérieure continue à tomber. Leur rencontre provoque un rebond et crée une onde de choc se propageant à une vitesse de l'ordre de 10^8m/s et emportant une énergie de l'ordre de 10^{51}ergs .

Depuis les travaux originaux de Colgate et White [Col66] et Arnett [Arn66] en 1966, beaucoup d'efforts ont été investis pour simuler une supernova. Cependant, il n'existe encore aucun consensus clair concernant l'importance relative et l'interdépendance des différents facteurs qui influencent la dynamique de l'explosion [Bro88]. Parmi ces facteurs, il y a le temps de vie de la proto-étoile à neutrons, c'est à dire le temps de refroidissement du coeur avant qu'il ne devienne une étoile à neutrons à température nulle. L'énergie libérée par l'effondrement ($\sim (2-3) 10^{53} \text{ergs}$) s'échappe du coeur de l'étoile grâce aux neutrinos des trois saveurs leptoniques. La connaissance du taux de réaction des neutrinos et donc de leur libre parcours moyen conduit alors à une estimation du temps de refroidissement de la proto-étoile à neutrons.

La proto-étoile à neutrons est chaude et riche en leptons (à cause du piégeage des neutrinos). Elle est constituée du coeur de l'étoile qui s'est stabilisé au moment du rebond. La phase d'évolution qui suit est appelée la phase de Kelvin-Helmholtz. Elle comprend la phase de déleptonisation durant laquelle les neutrinos diffusent des régions centrales de l'étoile vers les régions périphériques. Cette diffusion provoque le réchauffement du coeur

de la proto-étoile alors que la fraction des leptons et des protons diminue très fortement (neutronisation). Puis vient la phase de refroidissement durant laquelle l'entropie décroît fortement. Deux ingrédients essentiels gouvernent l'évolution de la proto-étoile à neutrons dans la phase de Kelvin-Helmoltz : l'équation d'état et l'opacité par rapport aux neutrinos. Depuis les travaux pionniers de Tubbs & Shramm [Tub75] et R. Sawyer [Saw75] qui ont montré pour la première fois l'effet du couplage électrofaible neutre sur le piégeage des neutrinos, de nombreux travaux ont progressivement aidé à formaliser ce problème en même temps que la connaissance de l'interaction forte entre les nucléons se précisait. En 1982, Iwamoto et Pethick [Iwa82] ont calculé le libre parcours moyen (λ) des neutrinos dans la matière de neutrons pure dans le cadre de la théorie de Landau des liquides de Fermi.

1.3 But de ce travail

Nous nous intéressons à deux processus d'interaction faible entre la matière et les neutrinos : la diffusion par l'échange de courants neutres (Z^0) avec les nucléons et l'absorption par échange de courants chargés (W^\pm). Le calcul du libre parcours moyen des neutrinos se ramène à un calcul de section efficace, et chacun des processus se décompose en un couplage vectoriel et en un couplage axial. Les neutrinos peuvent donc interagir avec une fluctuation de densité et une fluctuation de densité de spin. L'énergie typique des neutrinos varie entre une dizaine et une centaine de MeV. Ils peuvent donc aussi diffuser de façon cohérente et exciter des modes résonnants du milieu. La réponse du milieu est donnée par la fonction de structure qui, mis à part les facteurs cinématiques, est l'ingrédient majeur du calcul de la section efficace. Les fonctions de structure contiennent toute l'information sur la matière chaude corrélée et elles sont définies pour les voies neutre et d'échange de charge, et pour les modes de spin 0 et de spin 1. Elles dépendent de quantités "microscopiques" comme l'énergie et le moment échangé entre la matière et les neutrinos, et aussi des paramètres "macroscopiques" du milieu comme la température, la densité et l'asymétrie neutron-proton. A température finie, elles décrivent l'échange d'énergie entre le milieu et le champ exciteur (neutrinos) : elles décrivent aussi bien le refroidissement de la matière qui cède de l'énergie aux neutrinos que son réchauffement lors de la thermalisation des neutrinos. La section efficace dépend d'un paramètre supplémentaire qui est l'énergie du neutrino entrant.

Dans cette thèse, nous présentons différentes approches pour décrire le milieu nucléaire, basées sur des choix différents de l'interaction entre les nucléons dans le milieu, qui sera décrite avec des forces effectives non-relativistes (du type Skyrme et Gogny), et avec des forces effectives relativistes (du type Walecka). Ainsi, il est possible de décrire de façon complètement consistante à la fois l'équation d'état (propriétés statiques) et les

excitations du milieu (fonctions de réponse dynamiques).

Le propos de cette étude est de mettre en évidence l'importance de l'équation d'état et du traitement des effets de milieu dans la propagation des neutrinos dans la proto-étoile à neutrons, de discerner les ingrédients majeurs et de comparer les prédictions de différentes forces effectives.

Les interactions effectives ont montré leur pouvoir prédictif des propriétés des noyaux stables, déformés et exotiques. Les forces effectives ont toujours inclu dans leur procédure de paramétrisation les propriétés de la matière nucléaire symétrique et les forces les plus récentes ont étendu leur domaine d'applicabilité au cas de la matière de neutrons. Le traitement des corrélations RPA dans la matière nucléaire à aussi connu des améliorations récentes. Nous commencerons cette étude par un chapitre sur l'équation d'état dérivée des différentes forces effectives. Dans les régions de densité élevée (au delà de la densité de saturation), nous nous guiderons des prédictions de Wiringa et al. [Wir88, Wir93] basées sur un calcul microscopique variationnel. La présentation de différentes forces effectives et la discussion de leurs prédictions permet de faire le point sur l'extrapolation de ces forces au delà des régions où elles sont bien maîtrisées (noyaux à la densité de saturation et à température nulle). Nous allons extrapoler des techniques de traitement du problème à N corps dans des régions inaccessibles expérimentalement. Il est donc nécessaire de connaître les limites propres de notre approche. Entre autres, ces limites sont données par les instabilités. Nous étudierons donc dans le chapitre 3 les instabilités d'isospin et de spin des forces effectives. Nous cernerons les régions d'instabilité où ces forces perdent leur pouvoir descriptif. Une autre limite provient de QCD qui est la théorie fondamentale de l'interaction forte à haute densité. Ne pouvant définir quantitativement la densité où nos approches effectives ne peuvent plus simuler la structure en quarks des nucléons et des mésons, nous avons fixé de façon arbitraire la densité limite de nos calculs à 5 fois la densité de saturation de la matière nucléaire ($\rho_0 \sim 0.15 \text{ fm}^{-3}$), bien que le domaine de validité pourrait être quelque peu inférieur. Par exemple, la possibilité d'apparition de matière étrange a été suggérée à quelque 3 fois la densité de saturation [Sch00].

Dans la seconde partie de cette étude, nous dérivons les fonctions de réponse à l'approximation du champ moyen Hartree-Fock pour des interactions de type Skyrme et Gogny, et à l'approximation du champ moyen relativiste pour les modèles relativistes. Nous incluons aussi les corrélations à longue portée dans l'approximation dite des phases aléatoires (RPA). Nous nous intéressons aux réponses en densité et en densité de spin dans la voie neutre et dans la voie d'échange de charge. Nous verrons aussi comment ces fonctions de structure sont sensibles aux instabilités.

Nous déduisons ensuite des fonctions de réponse les sections efficaces des neutrinos et leurs libres parcours moyens. Les sections efficaces s'obtiennent en intégrant dans l'espace des phases les fonctions de structure pondérées par des facteurs cinématiques. On

calcule ainsi un taux de réaction pour chaque processus, ce qui donne un libre parcours moyen pour les réactions du type diffusion par l'échange d'un Z^0 ($\nu + n \rightarrow \nu + n$, $\nu + p \rightarrow \nu + p$) et un libre parcours moyen pour les réactions d'absorption par l'échange d'un W^\pm ($\nu + n \rightarrow e + p$). Selon la façon dont on calcule les fonctions de structure, on est en mesure d'évaluer quantitativement les effets du milieu à l'approximation de champ moyen et en RPA.

Nous terminerons par un résumé des principales conclusions et en examinant les perspectives d'extensions possibles de cette étude.

Première Partie

Matière nucléaire et forces effectives



M.C. Escher

Chapitre 2

Propriétés statiques de la matière nucléaire

*O*n modélise la proto-étoile à neutrons comme un fluide dense composé d'électrons, de muons, de protons, de neutrons et de neutrinos. Les électrons et les muons constituent un gaz de Fermi libre complètement dégénéré. Les neutrinos dans la phase initiale de l'étoile forment aussi un gaz de Fermi complètement dégénéré car leur densité est très élevée, alors que dans la phase finale de l'étoile, la plupart des neutrinos sont déjà sortis, il n'y a alors pratiquement plus de blocage de Pauli, et les neutrinos sont décrits comme un gaz non dégénéré. Les nucléons ne peuvent pas être traités comme un gaz de Fermi car ils sont dans une phase dense très corrélée. Dans la suite, nous allons développer différentes approches du problème à N corps avec des forces effectives : la première est la théorie non-relativiste qui resomme de façon non-perturbative les effets du milieu en terme des diagrammes direct (Hartree) et d'échange (Fock). Nous allons utiliser des forces effectives du type Skyrme de portée nulle et des forces de Gogny de portée finie. La seconde approche est la théorie du champ moyen relativiste (modèle $\sigma\omega\rho$ non-linéaire) qui ne prend en compte que les termes directs (Hartree).

2.1 Introduction

En 1935, Yukawa proposa d'expliquer l'interaction nucléaire en terme d'échange du méson π [Yuk35]. Cette première forme de l'interaction nucléaire à généré le potentiel OPEP (One-Pion Exchange Potential) qui simule correctement les diffusions de nucléons à grande distance (> 2 fm). Puis, pour décrire l'interaction à portée intermédiaire fut introduit l'échange de deux pions, et les mésons ρ et ω [Rin80]. Seul le coeur de l'interaction est encore décrit de façon phénoménologique soit avec une barrière de potentiel infinie fixée à une distance de l'ordre de 0.4 fm (coeur dur), soit avec une forme très répulsive qui atteint de grandes valeurs aux courtes distances (coeur mou).

On cherche à atteindre une description quantitative de l'état fondamental du système à N-corps représenté par une cellule Ω contenant un nombre fini de particules. La matière infinie homogène est simplement la juxtaposition de cellules Ω . Dans un milieu dense, l'interaction nucléon-nucléon "nue" est modifiée de façon non perturbative et les nucléons "ressentent" un potentiel moyen qui contient l'ensemble des corrélations à courte portée. La façon la plus intuitive de construire une théorie de champ moyen est la méthode variationnelle dans l'espace des états de particules indépendantes se mouvant dans un champ moyen créé par l'ensemble de toutes les particules : c'est la théorie de Hartree-Fock. Une approche variationnelle plus large consiste à partir d'une interaction nucléon-nucléon nue et à travailler dans un espace variationnel plus étendu contenant des corrélations entre les nucléons. C'est ce qu'on appelle l'approche variationnelle proprement dite [Wir88, Wir93]. Nous nous guiderons des résultats de cette approche variationnelle [Wir88] pour contrôler nos prédictions à haute densité obtenues en théorie du champ moyen.

Pour éviter les problèmes liés au coeur dur de l'interaction nucléon-nucléon, Brueckner proposa en 1955 de construire l'interaction nucléaire dans un milieu en sommant des diagrammes dits "en échelle" faisant intervenir l'interaction entre deux nucléons dans le vide [Bru55] mais où les états intermédiaires sont limités par le blocage de Pauli. On construit ainsi la nouvelle matrice d'interaction dans le milieu (matrice G) à l'aide de la matrice de diffusion dans le vide (matrice T). L'interaction dans le vide est paramétrisée à l'aide des données de la diffusion nucléon-nucléon à des énergies allant à l'époque jusqu'à 150 MeV. Cette approche buta longtemps sur le problème de la ligne de Coester, c'est à dire qu'il n'était pas possible d'obtenir à la fois la bonne saturation de la matière nucléaire ($\sim 0.16 \text{ fm}^{-3}$) et la bonne énergie de liaison ($\sim -16 \text{ MeV}$) dans une approche Brueckner-Hartree-Fock. C'est pour cela que dans les années 60 une approche différente fut amorcée : trouver une force directement paramétrisée dans le milieu ce qui conduisit aux approches phénoménologiques basées sur des forces effectives. Citons entre autres la force de Brink et Boeker [Bri67] qui est une force effective dont la portée finie est décrite par des gaussiennes, et qui contient des termes de Wigner et de Majorana. Ses paramètres

ont été ajustés pour reproduire raisonnablement les propriétés de saturation de la matière nucléaire ainsi que l'énergie de liaison et le rayon de masse du noyau ${}^4\text{He}$ avec une fonction d'oscillateur harmonique. L'inconvénient de taille, commun aux autres interactions effectives construites à l'époque, est son incapacité à reproduire les énergies et les rayons des autres noyaux. En 1972, Vautherin et Brink [Vau72] ont réussi à le faire avec une interaction à portée nulle, ce qui simplifie énormément les calculs, mais l'ingrédient clé de son succès se trouve dans l'inclusion de termes dépendants de la densité, ce qui en quelque sorte est une adaptation au milieu de l'interaction effective. Ensuite, Negele et Vautherin [Neg72] ont établi la relation entre ce type de forces et une matrice G , plus fondamentale, déduite d'une interaction réaliste, celle de Reid à coeur mou en l'occurrence. En 1975, une dépendance en densité, également avec une portée nulle, fut utilisée par Gogny [Gog75] conjointement avec une partie à portée finie représentée par une somme de deux gaussiennes avec les quatre termes d'échange dans les sous espaces de spin et d'isospin. Depuis, les forces de type Skyrme et de type Gogny sont les interactions effectives les plus largement utilisées dans l'étude des propriétés nucléaires.

En même temps que se développaient ces forces non-relativistes, une autre approche effective était étudiée. Le modèle relativiste consiste à écrire une force effective dans laquelle les nucléons échangent aussi des mésons effectifs. L'effet du milieu est inclus dans les constantes de couplage et les masses de certains mésons fictifs qui sont les paramètres libres de la théorie. En 1974, le modèle originel de Walecka [Wal74] décrit l'interaction entre nucléons en termes d'échange des mésons σ et ω . Le méson σ est une résonance de pions complexe, qui décrit la partie attractive de l'interaction à portée intermédiaire, tandis que le méson ω représente la partie répulsive à courte portée. On pourrait être surpris de ne pas voir apparaître de pions dans ce modèle, pions qui sont censés servir de médiateurs de l'interaction nucléon-nucléon à longue portée. En fait, l'interaction nucléon-nucléon est un processus complexe qui met en jeu plusieurs pions. L'idée originelle de Walecka consiste à remplacer cet ensemble complexe de contributions pioniques par l'échange de deux mésons effectifs isoscalaires, un scalaire (σ) et un vecteur (ω), et à les traiter dans l'approximation du champ moyen relativiste. Depuis lors, le modèle de Walecka a été amélioré par l'adjonction d'un méson isovecteur vecteur, le méson ρ , indispensable pour décrire correctement les systèmes non symétriques en neutrons-protons, ainsi que par l'inclusion de termes en σ^3 , σ^4 qui permettent une réelle description quantitative des états fondamentaux des noyaux tout en abaissant l'incompressibilité de la matière nucléaire à des valeurs considérées comme acceptables [Bog77, Lal97].

2.2 Équation d'état non-relativiste

Dans cette section nous allons présenter la théorie du champ moyen à température finie et calculer l'équation d'état avec des forces de type Skyrme et Gogny.

2.2.1 Champ moyen à température finie

L'ensemble grand canonique est l'ensemble le plus naturel pour traiter les systèmes de particules différentes en équilibre [Vau96, Bal92]. Le point de départ de tout ensemble statistique est la définition de la fonction de partition. On se place dans l'espace de Fock et on se donne le Hamiltonien $\hat{H} = \hat{T} + \hat{V}$ contenant un terme d'énergie cinétique et un terme d'interaction. La fonction de partition grand canonique s'écrit

$$Z(\beta, \mu) = \text{Trace} \exp \left(-\beta(\hat{H} - \mu\hat{N}) \right) \quad (2.1)$$

$$= \sum_A \sum_n \exp \left(-\beta(E_n(A) - \mu A) \right) \quad (2.2)$$

où $E_n(A)$ est l'énergie de l'état n d'un système contenant A particules et β et μ sont les paramètres de Lagrange associés à la conservation de l'énergie et du nombre de particules.

La matrice densité est définie comme

$$D = Z^{-1} \exp \left(-\beta(\hat{H} - \mu\hat{N}) \right) \quad (2.3)$$

Dans l'espace de Fock, un état individuel est noté $|i\rangle$. Il correspond à l'état d'une particule et s'écrit dans la représentation $\langle \mathbf{r}, \sigma, \tau |$:

$$\langle \mathbf{r}, \sigma, \tau | i \rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \phi_i(\mathbf{r}) \chi_\sigma(\sigma_i) \chi_\tau(\tau_i) \quad (2.4)$$

où Ω est le volume de normalisation et les χ sont des spineurs à 2 composantes. Dans un système homogène, la partie spatiale $\phi_i(\mathbf{r})$ est une onde plane $\exp(i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r})$.

A température nulle, le système de A fermions se trouve dans un unique état que l'on note $|\Psi_0(A)\rangle$ qui peut s'écrire en fonction des états individuels $|i\rangle$. A température finie, l'état du système est un mélange statistique d'états $|\Psi_n(A)\rangle$ de probabilité P_n . La matrice densité devient

$$D = \sum_n P_n |\Psi_n(A)\rangle \langle \Psi_n(A)| \quad (2.5)$$

avec $P_n = \exp(-\beta(E_n(A) - \mu A)) / Z(\beta, \mu)$. On remarque que définie ainsi, la probabilité est bien normalisée. La valeur moyenne de l'opérateur \hat{O} est donnée par

$$\langle \hat{O} \rangle = \sum_n P_n \langle \Psi_n | \hat{O} | \Psi_n \rangle = \text{Trace}(D\hat{O}) \quad (2.6)$$

Nous allons maintenant dériver les équations du champ moyen à partir du principe variationnel. Ce principe énonce que parmi un jeu de matrices densités, la meilleure est celle pour laquelle l'entropie fonctionnelle

$$S(D) = -\text{Trace}(D \log D) \quad (2.7)$$

est un maximum. Il faut ajouter les contraintes liées à la conservation du nombre de particules et à celle de l'énergie. Avec les multiplicateurs de Lagrange β et μ , on définit le grand potentiel A

$$A(D) = \text{Trace}(D \hat{H}) - \frac{1}{\beta} S(D) - \mu \text{Trace}(D \hat{N}) \quad (2.8)$$

Le principe variationnel avec les contraintes sus-énoncées consiste alors à minimiser le grand potentiel A . Hélas, pour les systèmes en interaction, il n'est pas possible de trouver de solution exacte, et il faut s'en remettre à une méthode d'approximation. Souvent, on se restreint à un sous-ensemble de matrices densités pour lesquelles le calcul devient possible. Par exemple, l'approximation Hartree-Fock consiste à prendre des matrices densités qui s'écrivent sous la forme

$$D_{HF} = Z^{-1} \exp \left(\sum_{ij} M_{ij} a_i^\dagger a_j \right) \quad (2.9)$$

Ce choix correspond à approximer le Hamiltonien de A particules (\hat{H}) par A Hamiltoniens à un corps (\hat{h}_i), soit $\hat{H} \sim \sum \hat{h}_i$. La matrice densité est alors une matrice de fermions indépendants. Les états $|\Psi_n(A)\rangle$ s'expriment alors comme des déterminants de Slater des états individuels $|i\rangle$.

La matrice densité à un corps ρ est définie selon

$$\rho_{ij} = \langle j | \rho | i \rangle = \text{Trace}(D_{HF} a_i^\dagger a_j) \quad (2.10)$$

et l'on montre $\rho = [1 + \exp(-M)]^{-1}$. On peut aussi exprimer l'entropie à l'approximation Hartree-Fock :

$$S_{HF}(D) = -\text{Trace} \left(\rho \log \rho + (1 - \rho) \log(1 - \rho) \right) \quad (2.11)$$

A partir d'un Hamiltonien qui s'écrit sous la forme générale $H = T + V$ avec

$$T = \sum_i t_i a_i^\dagger a_i \quad (2.12)$$

$$V = \frac{1}{2} \sum_{ijkl} \langle ij | V | kl \rangle a_i^\dagger a_j^\dagger a_l a_k \quad (2.13)$$

on déduit la fonctionnelle densité d'énergie ($\mathcal{H}[\rho]$) définie par $\mathcal{H}[\rho] = \langle H \rangle / \Omega$. On obtient alors les équations du champ moyen à température finie

$$\mathcal{U}_{ik} = \frac{\partial \mathcal{H}[\rho]}{\partial \rho_{ik}} = t_{ik} + \sum_{jl} \langle ij|V|kl \rangle_A \langle l|\rho|j \rangle \quad (2.14)$$

$$[\mathcal{U}, \rho] = 0 \quad (2.15)$$

$$f_i = [1 + \exp(\beta(E_i - \mu))]^{-1} \quad (2.16)$$

où l'élément de matrice $\langle ij|V|kl \rangle_A$ est proprement antisymétrisé. La fonction de distribution f_i est la valeur propre de la matrice densité à un corps qui est diagonale dans la même base que le champ moyen \mathcal{U}_{ik} . E_i est l'énergie d'une orbite individuelle et s'écrit $E_i = \hbar^2 \mathbf{k}_i^2 / 2m + \mathcal{U}_i(k_i)$.

A température nulle l'état du fondamental est le déterminant de Slater des états individuels de plus basse énergie. Le nombre d'occupation du niveau i est donné par la fonction de Heaviside $\Theta(E_i - \epsilon_F)$ où ϵ_F est l'énergie du dernier état occupé (énergie de Fermi) qui correspond aussi au potentiel chimique ($\epsilon_F = \mu$).

2.2.2 La force de Skyrme

Depuis le travail original de Vautherin et Brink [Vau72], les forces effectives du type Skyrme ont été utilisées de façon extensive pour reproduire les propriétés des noyaux dans le cadre des théories microscopiques de champ moyen self-consistant. Leur grande simplicité est due à leur portée nulle. Cette approximation est étonnante car les forces nucléaires ont une portée finie (~ 1 fm), non nulle à l'échelle du noyau (dont le rayon est de l'ordre de quelques Fermi). Les effets de portée finie sont cependant pris en compte d'une certaine façon par la présence de termes dépendant des vitesses, comme nous le verrons au paragraphe 2.2.3.

Les forces de type Skyrme permettent de reproduire les propriétés des noyaux et de la matière nucléaire comme les énergies de liaison, les rayons carrés moyens ainsi que le point de saturation de la matière nucléaire. Nous allons dériver l'équation d'état avec les mêmes forces que celles utilisées pour décrire les noyaux.

En ce qui concerne le choix d'une paramétrisation de Skyrme, on a l'embarras du choix. Chacune des paramétrisations a voulu soit ajuster certaines propriétés des noyaux, soit montrer l'influence de certains des paramètres sur telle ou telle autre propriété. Nous ne serons donc pas exhaustifs dans cette énumération.

L'interaction de Skyrme SIII [Bei75] est la première force à avoir fourni de bons résultats pour tous les noyaux de la table de masse. Puis, une meilleure connaissance de la résonance géante isoscalaire monopolaire (mode de respiration) a permis d'affiner la connaissance du coefficient d'incompressibilité de la matière nucléaire. Seule une dépendance en densité non-linéaire permet d'abaisser la valeur de K_∞ en dessous de 300 MeV.

Furent alors proposées la force SkM [Kri80] puis SkM* [Bar82] qui possède une meilleure énergie de surface. SGII [Ngu81] inclut en outre des contraintes sur les paramètres de Landau G_0 et G'_0 . Le premier essai d'ajustement de la force de Skyrme à la matière de neutrons est la force RATP [Ray82]. Les forces du groupe de Lyon (Sly230a, Sly230b, Sly4, . . .) [Cha97, Cha98] constituent l'une des plus récentes paramétrisations reproduisant l'équation d'état de la matière de neutrons [Wir88, Wir93], l'énergie d'asymétrie et les propriétés des noyaux finis (énergies de liaison et rayons de noyaux à travers la table des masses).

La forme standard de la force de Skyrme s'écrit

$$\begin{aligned} V(\mathbf{r}) = & t_0(1 + x_0 P^\sigma) \delta(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} t_1(1 + x_1 P^\sigma) (\mathbf{k}'^2 \delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r}) \mathbf{k}^2) \\ & + t_2(1 + x_2 P^\sigma) \mathbf{k}' \cdot \delta(\mathbf{r}) \mathbf{k} + \frac{1}{6} t_3(1 + x_3 P^\sigma) \rho^\sigma(\mathbf{R}) \delta(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (2.17)$$

où $P^\sigma = (1 + \sigma_1 \cdot \sigma_2)/2$ est l'opérateur d'échange de spin, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$ et $\mathbf{k} = (\nabla_1 - \nabla_2)/2i$ agit à droite tandis que son complexe conjugué \mathbf{k}' agit à gauche. Ici, nous avons omis d'écrire explicitement le terme de spin-orbite qui ne contribue pas dans la matière homogène. Il faut noter que les termes en t_0 , t_1 et t_3 agissent sur des états pairs d'espace ($P^x = 1$) tandis que le terme en t_2 le fait sur des états impairs d'espace ($P^x = -1$). Dans le volume Ω , l'énergie de l'état fondamental est donnée par

$$E = \langle T + V \rangle = \Omega \mathcal{H}_N^S \quad (2.18)$$

\mathcal{H}_N^S est la densité d'énergie des nucléons dont l'expression dans la matière asymétrique en spin et en isospin est donnée dans l'annexe (B). L'énergie par particule s'obtient par $E/A = \mathcal{H}_N^S/\rho$. Le grand intérêt d'une force de type de Skyrme est que la densité d'énergie \mathcal{H}_N^S ne dépend que des densités locales. Dans les expressions qui vont suivre nous verrons que la densité d'énergie et les quantités qui en découlent dépendent des densités d'énergie cinétique τ_\pm (resp. densités de particules ρ_\pm) correspondant à un spin up ou down. La densité totale de nucléons est alors donnée par $\rho_N = \rho_{n+} + \rho_{n-} + \rho_{p+} + \rho_{p-} = \rho_n + \rho_p = \rho_+ + \rho_-$, où les indices n, p réfèrent aux neutrons et aux protons. Des définitions analogues peuvent aussi être écrites pour les densités d'énergie cinétique. Les densités d'une espèce sont données par $\rho_{n,p} = g_{n,p} \sum f(E, \mu_{n,p})$ et $\tau_{n,p} = g_{n,p} \sum (k^2/2m) f(E, \mu_{n,p})$ où $g_{n,p}$ est la dégénérescence et f est la fonction de distribution (2.16).

La forme très particulière de la force de Skyrme induit une dépendance quadratique du champ moyen dans le moment \mathbf{k} . Il est d'usage de séparer le terme constant du terme quadratique qui est proportionnel à l'énergie cinétique et contribue à redéfinir la masse.

On a les relations suivantes

$$\mathcal{U}_q(\mathbf{k}) = \mathcal{U}_q + \left(\frac{\hbar^2}{2m^*} - \frac{\hbar^2}{2m} \right) \mathbf{k}^2 \quad (2.19)$$

$$\mathcal{U}_q = \frac{\delta \mathcal{H}_N^S}{\delta \rho_q} \quad (2.20)$$

$$\frac{\hbar^2}{2m^*} = \frac{\hbar^2}{2m} + \frac{1}{2k} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial k} = \frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \tau_q} \quad (2.21)$$

Nous allons nous placer dans certains cas particuliers. Dans la matière asymétrique de neutrons et de protons saturée en spin interviennent les quantités récurrentes $\theta_1 = t_1(2 + x_1) + t_2(2 + x_2)$ et $\theta_2 = t_2(2x_2 + 1) - t_1(2x_1 + 1)$. Le champ moyen et la masse effective sont alors donnés par

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_q &= \frac{t_0}{2}((2 + x_0)\rho - (2x_0 + 1)\rho_q) + \frac{1}{8}(\theta_1\tau + \theta_2\tau_q) \\ &+ \frac{t_3}{24}\rho^{\sigma-1}((2 + x_3)(2 + \sigma)\rho^2 - (2x_3 + 1)[2\rho\rho_q + \sigma(\rho_p^2 + \rho_n^2)]) \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\frac{\hbar^2}{2m_q^*} = \frac{\hbar^2}{2m} + \frac{1}{8}(\theta_1\rho + \theta_2\rho_q) \quad (2.23)$$

Dans la suite, nous serons aussi intéressés par la matière pure de neutrons comme modèle de la proto-étoile après la déleptonisation. On écrit les quantités récurrentes $s_0 = t_0(1 - x_0)$, $s_1 = t_1(1 - x_1)$, $s_2 = t_2(1 + x_2)$ et $s_3 = t_3(1 - x_3)$, et dans ce cas la densité d'énergie s'écrit

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_N^S &= \frac{\hbar^2}{2m^*}(\tau_+ + \tau_-) + (s_0 + \frac{1}{6}s_3\rho^\sigma)\rho_+\rho_- \\ &+ \frac{1}{8}(-s_1 + s_2)(\rho_+ - \rho_-)(\tau_+ - \tau_-) \end{aligned} \quad (2.24)$$

La masse effective est donnée par l'expression (2.21). On en déduit l'énergie par particule dans la matière de neutrons en fonction de la polarisation $S = (\rho_+ - \rho_-)/\rho$:

$$\begin{aligned} E^S(S)/A &= \frac{3}{10} \frac{\hbar^2}{2m} k_F^2 \left((1 + S)^{5/3} + (1 - S)^{5/3} \right) + \frac{s_3}{24} (1 - S^2) \rho^{\sigma+1} + \frac{s_0}{4} (1 - S^2) \rho \\ &+ \frac{3}{80} (s_1 + 3s_2) k_F^2 \rho \left((1 + S)(1 - S)^{5/3} + (1 - S)(1 + S)^{5/3} \right) \\ &+ \frac{3s_2}{20} k_F^2 \rho S \left((1 + S)^{5/3} - (1 - S)^{5/3} \right) \end{aligned} \quad (2.25)$$

avec $k_F = (3\pi^2\rho)^{1/3}$. L'énergie par particule dans la matière non polarisée se déduit en prenant la limite $S = 0$.

Notons que dans la matière totalement polarisée ($S = 1$) l'énergie par particule ne dépend que de s_2 . Kutschera et Wójcik [Kut94] ont remarqué que toutes les paramétrisations de Skyrme possèdent un paramètre t_2 négatif. Or, à haute densité le terme d'interaction peut dominer le terme d'énergie cinétique et pour éviter que l'énergie par particules

s'annule, il faut imposer s_2 positif, donc $x_2 < -1$. Ce raisonnement fournit un critère suffisant mais pas nécessaire pour éviter une instabilité de spin dans la matière de neutrons. En effet, le véritable critère est que l'énergie par particule dans la matière de neutrons symétrique en spin soit toujours inférieure à l'énergie par particule dans la matière polarisée (pour toute polarisation). Nous discuterons ce critère dans la section 3.2.

Dans la matière de neutrons pure saturée en spin, le champ moyen et la masse effective s'écrivent :

$$\mathcal{U} = \frac{s_0}{2}\rho + \frac{s_1 + 3s_2}{8}\tau + \frac{\sigma + 2}{24}s_3\rho^{\sigma+1} \quad (2.26)$$

$$\frac{\hbar^2}{2m^*} = \frac{\hbar^2}{2m} + \frac{1}{8}(s_1 + 3s_2)\rho \quad (2.27)$$

2.2.3 La force de Gogny

La force de Gogny est une force effective de portée finie utilisée avec beaucoup de succès en théorie du champ moyen. Elle contient une somme de deux gaussiennes plus un terme dépendant de la densité identique à celui de Skyrme (à un facteur 6 près). Comme nous l'avons annoncé au début de ce chapitre, c'est en ajoutant à une force de type Brink & Boeker [Bri67] un terme dépendant de la densité "à la Skyrme" que Gogny a paramétrisé la force D1 [Gog75]. Puis est venue la force D1S [Ber91] qui améliore les propriétés d'appariement. Dernièrement, la paramétrisation D1P [Far99] a été mise au point pour reproduire aussi l'équation d'état de la matière de neutrons pure suggérée par Wiringa et al. [Wir88].

La forme générale de l'interaction de Gogny s'écrit

$$\begin{aligned} V(\mathbf{r}) = & \sum_{i=1}^2 e^{-\mathbf{r}^2/\mu_i^2} (W_i + B_i P^\sigma - H_i P^\tau - M_i P^\sigma P^\tau) \\ & + t_3(1 + x_3 P_\sigma)\rho^\sigma \delta(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (2.28)$$

La somme sur i permet de faire intervenir deux portées (μ_i). Cela signifie que l'interaction se décompose en un terme attractif de moyenne portée et un terme répulsif de courte portée. Dans la suite, pour alléger les notations, nous omettrons délibérément d'écrire cette somme qui sera toujours sous-entendue.

Il est intéressant d'effectuer un développement limité de la gaussienne dans l'espace des impulsions : on trouve que les trois premiers termes sont proportionnels à 1, $\mathbf{k}' \cdot \mathbf{k} + \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'$ et $\mathbf{k}^2 + \mathbf{k}'^2$. Dans l'espace \mathbf{r} , ces termes donnent des contributions similaires aux termes en t_0 , t_1 et t_2 de la force de Skyrme. Ceci montre que la dépendance en impulsion de la force de Skyrme simule des effets de portée finie.

La densité d'énergie (\mathcal{H}_N^G) dans la matière asymétrique en spin et en isospin est donnée dans l'annexe (B). Ici, nous allons donner les expressions de l'énergie par particule et du

champ moyen dans le cas de la matière asymétrique en isospin et dans le cas de la matière pure de neutrons. Pour la suite on notera les quantité récurrentes (où $q = n, p$) :

$$k_q^\pm = \frac{\mu}{2}(k \pm k_{F,q}) \quad \text{et} \quad k^\pm = \frac{\mu}{2}(k \pm k_F) \quad (2.29)$$

Dans la matière asymétrique en isospin, l'énergie individuelle d'une particule de moment k dans un champ moyen \mathcal{U}_q ($q = n, p$) s'écrit

$$E_q(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \mathcal{U}_q(k) \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_q(k) = & \frac{1}{2}\pi\sqrt{\pi}\mu^3 \left((2W + B)\rho - (2H + M)\rho_q \right) \\ & - \frac{\mu}{2\sqrt{\pi}}(W + 2B) \left[\frac{2}{k\mu^2} \left(e^{-k_q^{+2}} - e^{-k_q^{-2}} \right) + \frac{\sqrt{\pi}}{\mu} \operatorname{erf}(k_q^-, k_q^+) \right] \\ & + \frac{\mu}{2\sqrt{\pi}}(H + 2M) \left[\frac{2}{k\mu^2} \left(e^{-k^{+2}} - e^{-k^{-2}} \right) + \frac{\sqrt{\pi}}{\mu} \operatorname{erf}(k^-, k^+) \right] \\ & + \frac{t_3}{6}\rho^{\sigma-1} \left((2 + x_3)(2 + \sigma)\rho^2 - (2x_3 + 1)[2\rho\rho_q + \sigma(\rho_p^2 + \rho_n^2)] \right) \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$+ \frac{t_3}{4}\rho^{\sigma-1} \left((2 + x_3)(2 + \sigma)\rho^2 - (2x_3 + 1)[2\rho\rho_q + \sigma(\rho_p^2 + \rho_n^2)] \right) \quad (2.32)$$

où la fonction d'erreur est définie selon

$$\operatorname{erf}(a, b) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_a^b dt \exp(-t^2) ; \quad \operatorname{erf}(x) = \operatorname{erf}(x, +\infty) \quad (2.33)$$

Rappelons que le terme en t_3 n'est pas écrit ici mais peut être déduit des expressions données pour la force de Skyrme. Le champ moyen dépend maintenant du moment k d'une façon non quadratique. Cette dépendance ne peut pas être directement absorbée dans une masse effective. Nous discuterons dans le chapitre (5) une approximation "à la Skyrme" de l'énergie individuelle de Gogny où l'on montrera qu'on peut définir une masse effective pour la force de Gogny par analogie avec la force de Skyrme (cf. éq.2.21).

L'énergie par particule dans la matière de neutrons polarisée s'écrit

$$\begin{aligned} E^G(S)/A = & \frac{3}{10} \frac{\hbar^2}{2m} k_F^2 \left\{ (1 + S)^{5/3} + (1 - S)^{5/3} \right\} + \frac{1}{4} s_3 (1 - S^2) \rho^{\sigma+1} \\ & + \frac{1}{4} \pi \sqrt{\pi} \rho \mu^3 \left\{ 2W - 2H + (B - M)(1 + S^2) \right\} \\ & - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{1}{2} (W - H) [(1 + S)F(k_F^+ \mu) \right. \\ & \left. + (1 - S)F(k_F^- \mu)] + 2(B - M)F(k_F \mu) \right\} \end{aligned} \quad (2.34)$$

avec $k_F^\pm = k_F(1 \pm S)^{1/3}$ et $F(z) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf}(z) + \frac{1}{2z^3} \left((z^2 - 2)e^{-z^2} + 2 - 3z^2 \right)$. Le champ

moyen \mathcal{U} s'écrit

$$\begin{aligned}\mathcal{U}(k) &= \frac{1}{2}\pi\sqrt{\pi}\mu^3\left((2W+B)-(2H+M)\right)\rho + \frac{s_3}{6}(\sigma+2)\rho^{\sigma+1} \\ &- \frac{\mu}{2\sqrt{\pi}}(W-H+2B-2M)\left[\frac{2}{k\mu^2}\left(e^{-\mathbf{k}_n^{+2}}-e^{-\mathbf{k}_n^{-2}}\right)+\frac{\sqrt{\pi}}{\mu}\text{erf}(\mathbf{k}_n^-, \mathbf{k}_n^+)\right] \\ &+ \frac{\sigma+2}{6}s_3\rho^{\sigma+1}\end{aligned}\quad (2.35)$$

où les quantités \mathbf{k}_n^- , \mathbf{k}_n^+ sont définies en (2.29).

2.2.4 Équation d'état de la proto-étoile à neutrons

Matière de neutrons

Le système le plus simple que nous étudions est composé de neutrons en équilibre avec un réservoir qui fixe le potentiel chimique μ et la température T . A la limite thermodynamique, la relation entre la densité de particules et le potentiel chimique d'un liquide de neutrons libres s'écrit :

$$\rho_N = \frac{2}{\lambda^3}I_{3/2}^F(\varphi) \quad (2.36)$$

$$I_{\alpha}^F(\varphi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\infty} dx \frac{x^{\alpha-1}}{1+e^{x/\varphi}} \quad (2.37)$$

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{mT}{2\pi} \quad (2.38)$$

où $I_{3/2}^F(\varphi)$ est l'intégrale de Fermi, elle dépend de la fugacité $\varphi = \exp(\beta\mu)$ et de la longueur d'onde thermique λ . On détermine numériquement la fugacité : L'intégrale de Fermi est une fonction strictement croissante de la fugacité, donc l'équation (2.36) admet une unique solution.

Pour un liquide de neutrons décrits à l'approximation de Skyrme-Hartree-Fock, les relations (2.36) et (2.37) deviennent

$$\rho_N = \frac{2}{\lambda^{*3}}I_{3/2}^F(\varphi^*) \quad (2.39)$$

$$\frac{1}{\lambda^{*2}} = \frac{m^*T}{2\pi} \quad (2.40)$$

avec la masse effective m^* et la fugacité dans le milieu $\varphi^* = \exp(\beta\mu^*)$ où $\mu^* = \mu - \mathcal{U}$ est le potentiel chimique effectif et \mathcal{U} le champ moyen. En pratique, dans la matière de neutrons, la dépendance de la fonction de réponse par rapport au potentiel chimique et au champ moyen se résume à la dépendance dans une seule variable, le potentiel chimique effectif. C'est donc naturellement que dans la suite nous allons écrire la fonction de réponse en fonction du potentiel chimique effectif.

A température nulle, $\rho_N = k_F^3/3\pi^2$, et le potentiel chimique effectif est déterminé de façon analytique :

$$\mu^*(T=0) = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m^*} = \frac{\hbar^2}{2m^*} (3\pi^2 \rho_N)^{2/3} \quad (2.41)$$

A température finie, ce n'est plus le cas. Cependant, à basse température, on peut faire le développement [Fet71] :

$$\mu^*(T) = \mu^*(T=0) \left(1 - \frac{1}{12} y^2 - \frac{7}{960} y^4 \right) \quad (2.42)$$

avec $y = \pi T / \mu^*(T=0)$. Cette approximation peut s'avérer utile pour tenir compte des effets thermiques dans un calcul rapide, mais ne sera pas utilisée dans les résultats présentés ici.

Matière asymétrique avec n , p , e , μ et ν en équilibre β

La densité d'énergie du système constitué de neutrons, protons, électrons, muons et neutrinos (incluant l'énergie au repos des constituants) s'écrit

$$\mathcal{E}(\rho_n, \rho_p, \rho_l, \rho_{\nu_l}) = \mathcal{H}_N(\rho_n, \rho_p) + \rho_n m_n + \rho_p m_p + \mathcal{H}_{L_e}(\rho_e, \rho_{\nu_e}) + \mathcal{H}_{L_\mu}(\rho_\mu, \rho_{\nu_\mu}) \quad (2.43)$$

La conservation et la neutralité de la charge électrique impose $\rho_p = \rho_e + \rho_\mu$. L'équilibre β résulte des deux réactions suivantes : $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}$ et $p + e \rightarrow n + \nu$. Dans le cadre du modèle standard, les saveurs de leptons sont découplées et cet équilibre se traduit sous la forme de deux équations pour les potentiels chimiques ($\mu_i = \partial \mathcal{E} / \partial \rho_i$) :

$$m_n + \mu_n + \mu_{\nu_e} = m_p + \mu_p + m_e + \mu_e \quad (2.44)$$

$$m_n + \mu_n + \mu_{\nu_\mu} = m_p + \mu_p + m_\mu + \mu_\mu \quad (2.45)$$

La conservation du nombre de leptons impose $\rho_l + \rho_{\nu_l} = \rho_{L_l}$. On relie la densité de leptons de saveur l à la densité de nucléons ($\rho_N = \rho_n + \rho_p$) selon $\rho_{L_l} = Y_{L_l} \rho_N$. Y_{l_e} et Y_{l_μ} sont des paramètres du système. La fraction de leptons électroniques Y_{L_e} varie entre 0.4 au moment de l'effondrement gravitationnel (fraction de leptons dans le Fer) à environ 0.1 à la fin de la déleptonisation. La fraction de leptons muoniques vaut 0 au moment de l'effondrement et généralement garde cette valeur au cours de l'évolution de la proto-étoile tant que les neutrinos restent piégés dans la matière [Pra97]. Les neutrinos forment un gaz de Fermi libre complètement dégénéré et la distribution d'états individuels des neutrinos suit la distribution de Fermi.

Lorsque les neutrinos sont sortis de la proto-étoile, ils ne sont plus suffisamment nombreux pour constituer une mer de Fermi. Leur potentiel chimique est alors pris égal à 0. On dit aussi que les neutrinos sont non-dégénérés.

On peut aussi décrire la situation non-physique où l'on impose la fraction protonique comme paramètre du système : $X_p = \rho_p / \rho_N$. Le système n'est plus en équilibre β . On se

restreint alors à un système de neutrons, protons et électrons. Le deuxième paramètre est naturellement la densité de nucléons (ρ_N). Les densités des 3 espèces sont complètement déterminées avec la conservation du nombre de nucléons, l'électro-neutralité et la fraction protonique X_p . On peut ainsi étudier l'influence de la fraction protonique sur les processus comme la réaction d'échange de charge.

Équation d'état

La pression dans un fluide nucléaire à température nulle est définie comme (ensemble canonique)

$$\mathcal{P} = -\frac{\partial F}{\partial V}\Big|_{N,T} = \rho^2 \frac{\partial \mathcal{H}_N/\rho}{\partial \rho}\Big|_{N,T=0} \quad (2.46)$$

car $F = \mathcal{H}_N$ à $T = 0$. Le module de compressibilité est défini par

$$\chi = -\frac{1}{\Omega} \frac{\partial V}{\partial \mathcal{P}}\Big|_A = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \rho} \right)^{-1} \quad (2.47)$$

L'incompressibilité est alors donné selon

$$K = \frac{9}{\rho\chi} = \frac{18\mathcal{P}}{\rho} + 9\rho^2 \frac{\partial^2 \mathcal{H}/\rho}{\partial \rho^2} \quad (2.48)$$

A la densité d'équilibre, la pression est nulle et on définit le coefficient d'incompressibilité $K_\infty = K(\rho = \rho_0)$.

Le meilleur moyen d'obtenir la valeur expérimentale de l'incompressibilité à la densité de saturation consiste à étudier le mode de respiration du noyau. Sur la base de calculs HF+RPA utilisant différentes interactions effectives et reproduisant correctement la résonance monopolaire, la valeur admise pour l'incompressibilité est $210 \pm 20 \text{ MeV}$ pour une approche non-relativiste [Bla95], ou $250 - 270 \text{ MeV}$ pour une approche relativiste [Ma01]. La vitesse du son ordinaire (premier son) est reliée à l'incompressibilité selon

$$(v_s/c)^2 = \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \mathcal{E}}\Big|_{N,T} = \frac{K}{9(m + \mathcal{H}/\rho + \mathcal{P}/\rho)} \quad (2.49)$$

$$\sim \frac{K}{9m} \text{ nucléons non relativistes} \quad (2.50)$$

La vitesse du son ordinaire dépend de la densité, et certaines forces de Skyrme prédisent une vitesse du son supérieure à c à haute densité [Su88].

2.3 Équation d'état relativiste

L'approximation de champ moyen de la théorie du champ moyen relativiste [Ser86, Ser97] est en mesure de décrire les propriétés de l'état fondamental des noyaux de toute

la table périodique. Par champ moyen relativiste l'on entend un champ self-consistant de type Dirac-Hartree ou Dirac-Hartree-Fock avec l'hypothèse supplémentaire de la mer de Dirac vide (no-sea approximation). Sans cette dernière hypothèse il faut affronter le problème de la renormalisation et du calcul des contre-termes de renormalisation du Lagrangien effectif, une voie que nous ne suivrons pas ici.

Le modèle originel de Walecka possède une incompressibilité trop élevée (500 MeV) ce qui constitue un sérieux handicap pour décrire les propriétés collectives des noyaux comme le mode de respiration de la résonance géante monopolaire. Ce problème peut-être résolu en introduisant des termes cubique et quartique de self-interaction du méson σ [Bog77]. Le méson isovecteur-vecteur ρ a été introduit pour décrire le degré de liberté d'isospin. Le modèle de Walecka a donc évolué et deux types de modèles relativistes ont été développés : les modèles "Hartree-Fock" pour lesquels le champ moyen est donné par la somme d'un terme de Hartree et d'un terme de Fock, et les modèles "Hartree" qui n'incluent que le couplage Hartree dans le champ moyen. Ces deux modèles sont très proches pour des Lagrangiens du type Walecka [Ser86] car les termes de Hartree et de Fock sont presque proportionnels (ils seraient exactement proportionnels si les masses des mésons échangés étaient infinies) et par conséquent on passe d'un modèle à l'autre par une simple renormalisation des constantes de couplage. Par contre, dès que l'on introduit des termes de self-interaction, ceci n'est plus vrai. Les paramétrisations "Hartree-Fock" qui ont été développées [Bou87] ne réussissent pourtant pas à reproduire aussi bien les propriétés des noyaux que les paramétrisations "Hartree", et sont beaucoup plus difficiles à mettre en oeuvre. C'est pour cela que les paramétrisations "Hartree" ont autant de succès et dans ce travail, nous utiliserons uniquement les paramétrisations "Hartree" conventionnelles de la littérature : NL1 [Rhe86], NL-SH [Sha93], TM1 [Sug94] et NL3 [Lal97]. Il existe aussi des paramétrisations qui ne sont pas utilisées dans les noyaux et qui ont été uniquement conçues pour reproduire les propriétés de la matière. Par exemple, Glendenning et Moszkowski [Gle91] ont proposé un jeu de paramétrisations incluant l'octet des Baryons (nous avons choisi GM1). Glendenning a aussi proposé un jeu de paramétrisations reproduisant une incompressibilité et une masse effective donnée [Gle00] et nous avons choisi GM :200 :0.7. Même si ces forces n'ont pas été ajustées pour reproduire les propriétés des noyaux, nous allons comparer leur prédictions aux autres.

L'interaction effective nucléon-nucléon est décrite par l'échange des mésons suivants : isoscalaire-scalaire σ , isoscalaire-vecteur ω_μ , isovecteur-vecteur $\vec{\rho}_\mu$ et isovecteur- pseudo- (scalaire ou vectoriel) $\vec{\pi}$. De plus, on admet la présence de termes de self-interaction entre champs de mésons. La densité de Lagrangien s'écrit :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_N &= \bar{\Psi} \left[\gamma_\mu \left(i\partial^\mu - g_\omega \omega^\mu - \frac{1}{2} g_\rho \vec{\tau} \cdot \vec{\rho}^\mu \right) - (M_N - g_\sigma \sigma) \right] \Psi \\
&+ \left(\frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - U_\sigma \right) + \frac{1}{2} (\partial^\mu \vec{\pi} \cdot \partial_\mu \vec{\pi} - m_\pi^2 \vec{\pi}^2) \\
&- \frac{1}{4} W_{\mu\nu} W^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu + U_\omega \\
&- \frac{1}{4} \vec{R}_{\mu\nu} \cdot \vec{R}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \vec{\rho}_\mu \cdot \vec{\rho}^\mu + \mathcal{L}_{\pi NN}
\end{aligned} \tag{2.51}$$

où l'on a écrit les tenseurs des mésons ω et ρ

$$W^{\mu\nu} = \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu \tag{2.52}$$

$$\vec{R}^{\mu\nu} = \partial^\mu \vec{\rho}^\nu - \partial^\nu \vec{\rho}^\mu \tag{2.53}$$

et pour les termes de self-interaction des mésons

$$U_\sigma = \frac{1}{3} b M_N (g_\sigma \sigma)^3 + \frac{1}{4} c (g_\sigma \sigma)^4 \tag{2.54}$$

$$U_\omega = \frac{1}{4} c_3 (\omega^\mu \omega_\mu)^2 \tag{2.55}$$

où b , c et c_3 sont des paramètres ajustables au même titre que les constantes de couplage méson-nucléon.

Le Lagrangien d'interaction πNN peut s'écrire de deux façons différentes dont la limite non-relativiste dans le vide est identique : Soit sous une forme pseudo-scalaire (PS), soit sous une forme pseudo-vecteur (PV)

$$\mathcal{L}_{\pi NN}^{PS} = -i g_\pi \bar{\Psi} \gamma_5 \vec{\pi} \cdot \vec{\tau} \Psi \tag{2.56}$$

$$\mathcal{L}_{\pi NN}^{PV} = -\frac{f_\pi}{m_\pi} \bar{\Psi} \gamma_5 \gamma_\mu \partial^\mu \vec{\pi} \cdot \vec{\tau} \Psi \tag{2.57}$$

La relation entre les constantes de couplage pseudo-scalaire et pseudo-vectorielle est alors $f_\pi/m_\pi = g_\pi/2M_N$.

Le Lagrangien libre des leptons s'écrit de façon standard

$$\mathcal{L}_L = \sum_l \bar{l} (i\gamma_\mu \partial^\mu + m_l) l \tag{2.58}$$

2.3.1 Approximation de champ moyen

Le champ moyen des nucléons est obtenu à l'approximation de Hartree relativiste, ou plus exactement du champ moyen relativiste comme il a été mentionné plus haut, c'est à dire sans les contributions de la mer de Dirac. Cette approximation consiste à calculer la self-énergie des nucléons en se limitant aux termes de Hartree, les champs de mésons

étant remplacés par leur valeur classique et la contribution des états de la mer de Dirac est négligée.

Self-énergie, masses effectives, champs mésoniques

Les champs mésoniques sont donnés par leur valeur moyenne classique. C'est une approximation de haute densité. Nous notons $\langle \sigma \rangle = \sigma$, $\langle \vec{\rho}^\mu \rangle = \rho_0 \delta_{\mu 0}$, $\langle \omega^\mu \rangle = \omega_0 \delta_{\mu 0}$. Le méson $\vec{\pi}$ ne contribue pas au champ moyen dans l'approximation de Hartree à cause de son caractère pseudo-vecteur ou pseudo-scalaire ($J^\pi = 0^-$).

La fonction d'onde d'un nucléon est le spineur solution de l'équation de Dirac

$$\Psi_{\mathbf{p}, \sigma, \tau}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{m}{E(\mathbf{p})}} u(\mathbf{p}, \sigma) \frac{e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}}{(2\pi)^{3/2}} \chi_\tau \quad (2.59)$$

Notre convention est $t_3 = -1/2$ pour les protons et $1/2$ pour les neutrons.

L'équation de Dirac prend la forme suivante dans un milieu

$$(-i\gamma^\mu \partial_\mu + M_N + \Sigma)\Psi(x) = 0 \quad (2.60)$$

où la self-énergie des nucléons Σ est due à l'échange des mésons. A cause de l'invariance par renversement du temps et l'invariance par rotation, la self-énergie s'écrit généralement

$$\Sigma(p) = \Sigma_S(p) + \gamma_0 \Sigma_0(p) + \gamma \cdot \hat{p} \Sigma_V(p) + \gamma_0 \gamma \cdot \hat{p} \Sigma_T(p) \quad (2.61)$$

où \hat{p} est le vecteur unitaire selon p . Comme le milieu nucléaire est homogène, les composantes d'espace des mésons vecteurs sont nulles. Ainsi, la partie scalaire est $\Sigma_S = -g_\sigma \sigma$, la composante temporelle de la partie vecteur est $\Sigma_0 = -g_\omega \omega_0 - t_3 g_\rho \rho_0$. En approximation de Hartree, la partie d'espace Σ_V est toujours nulle (elle pourrait être non nulle si l'on incluait les termes de Fock). De même, La partie tensorielle Σ_T est nulle à l'approximation de Hartree. Nous n'écrivons donc désormais que les équations où apparaissent Σ_S et Σ_0 .

L'équation de Dirac dans le milieu peut se réécrire sous la forme suivante

$$(\gamma \cdot \mathbf{p}^* + M_N^*) u(\mathbf{p}, s) = \gamma_0 E^* u(\mathbf{p}, s) \quad (2.62)$$

où les grandeurs effectives sont définies comme

$$\mathbf{p}^*(p) = \mathbf{p} + \hat{p} \Sigma_V(p) \quad (2.63)$$

$$M_N^*(p) = M_N + \Sigma_S(p) \quad (2.64)$$

$$E^*(p) = E(p) + \Sigma_0(p) = \sqrt{\mathbf{p}^{*2} + M_N^{*2}} \quad (2.65)$$

L'équation de Dirac dans le milieu possède la même structure que dans le vide, les solutions s'écrivent donc de la même manière, il suffit de remplacer respectivement l'impulsion, la masse et l'énergie par ces mêmes quantités effectives.

Les champs mésoniques sont obtenus en prenant leur valeur moyenne classique (σ , ρ_0 , ω_0) et sont alors solution du système d'équations

$$m_\sigma^2 \sigma = g_\sigma \rho_s - \frac{dU_\sigma}{d\sigma} \quad (2.66)$$

$$m_\rho^2 \rho_0 = g_\rho \sum_i t_3^i \rho_i = \frac{1}{2} g_\rho (\rho_p - \rho_n) \quad (2.67)$$

$$m_\omega^2 \omega_0 = g_\omega \rho_N - c_3 \omega_0^3 \quad (2.68)$$

et les termes de couplage non-linéaire induisent une masse effective qui intervient dans les propagateurs les mésons σ et ω . Ils se déduisent des équations du mouvement selon

$$m_\sigma^{*2} = m_\sigma^2 + b\sigma + c\sigma^2 \quad (2.69)$$

$$m_\omega^{*2} = m_\omega^2 + c_3 \omega^2 \quad (2.70)$$

La densité de particule ρ_i ($i = n, p$) et la densité scalaire ρ_s sont

$$\rho_i(T, \nu_i) = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3k (f_i - \bar{f}_i) \quad (2.71)$$

$$\rho_s(T, \nu_i) = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3k \frac{M_i^*}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} (f_i + \bar{f}_i) \quad (2.72)$$

où f_i et \bar{f}_i représentent les distributions de Fermi-Dirac pour les particules et les anti-particules

$$f_i = [1 + \exp\{(E_i^* - \Sigma_0 - \mu_i)/T\}]^{-1} \quad (2.73)$$

$$\bar{f}_i = [1 + \exp\{(-E_i^* - \Sigma_0 + \mu_i)/T\}]^{-1} \quad (2.74)$$

Dans l'approximation du champ moyen, les contributions des anti-particules ne sont pas prises en compte et par conséquent (2.71) et (2.72) ne contiennent pas les \bar{f}_i . Le potentiel chimique effectif est relié au potentiel chimique par la relation : $\mu_i^* = \mu_i + \Sigma_0$.

Remarquons que l'énergie individuelle E^* est sensible à l'asymétrie neutron-proton par l'intermédiaire de la composante ρ_0 du potentiel vecteur Σ_0 ; et que la masse effective M^* ne contient pas de dépendance en isospin. Cette brisure de consistance pourrait être évitée en incluant le méson scalaire isovecteur δ (partenaire du méson scalaire isoscalaire σ) qui agirait uniquement au niveau de la masse effective. Hélas, aucune paramétrisation relativiste n'a encore introduit ce méson pourtant nécessaire.

D'une façon très générale, on peut écrire l'équation d'état d'un système composé de tous les baryons de l'octet. A l'approximation du champ moyen, la fonction de partition des hadrons est donnée par

$$\begin{aligned} \log Z_H &= \frac{\Omega}{T} \left(-U_\sigma - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_0^2 \right) \\ &+ 2\Omega \sum_B \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \log \left(1 + e^{-\beta(E_{\mathbf{k}}^* - \mu^*)} \right) \end{aligned} \quad (2.75)$$

dont on déduit la densité d'énergie ϵ_H , la pression p_H et l'entropie s_H qui s'écrivent alors

$$\epsilon_H = U_\sigma + \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_0^2 + 2 \sum_B \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{E_{\mathbf{k}}^*}{1 + e^{\beta(E_{\mathbf{k}}^* - \mu^*)}} \quad (2.76)$$

$$\begin{aligned} p_H &= \frac{T}{\Omega} \log Z_H = -U_\sigma - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_0^2 \\ &+ \frac{1}{3} \sum_B \frac{g_B}{2\pi^2} \int_0^{k_F} dk k^4 / \sqrt{k^2 + m^{*2}} \end{aligned} \quad (2.77)$$

$$s_H = \beta(\epsilon_H + p_H - \sum_B \mu_B \rho_B) \quad (2.78)$$

où g_B est la dégénérescence du baryon B . On déduit l'énergie par particule selon $E/A = \epsilon_H/\rho_B - M$. La fonction de partition totale s'écrit $Z = Z_H Z_L$ où Z_L est la fonction de partition standard pour les leptons sans interaction.

2.3.2 Équation d'état de la proto-étoile à neutrons

Pour la discussion des relations d'équilibre, nous référons le lecteur à la partie non-relativiste. Nous discutons ici des aspects différents dûs au champ moyen relativiste.

Matière de neutrons

L'état de la matière pure de neutrons est fixé par la connaissance de ρ_N et T . On obtient le potentiel chimique des neutrons et la self-énergie scalaire en résolvant l'équation self-consistante (2.66) et la relation de conservation du nombre de particules. On en déduit la masse effective et les champs ρ_0 et ω_0 grâce aux équations (2.67) et (2.68).

Matière asymétrique en équilibre β

L'état de la matière asymétrique en équilibre β dans le cas où les neutrinos sont non-dégénérés est fixé par n_B et T . On en déduit M^* , μ_N^* , μ_P^* , μ_e , σ , ρ_0 , ω_0 solutions des 7 équations non-linéaires (2.64), (2.66), (2.67), (2.68), de la conservation du nombre de nucléons ($\rho_n + \rho_p = \rho_N$), de la neutralité de la charge totale ($\rho_p = \rho_e$) et de la relation d'équilibre β ($\mu_n = \mu_p + \mu_e$).

Si les neutrinos sont dégénérés, nous devons ajouter une variable de plus au système précédant (μ_ν), et donc une équation de plus : la conservation du nombre leptonique ($Y_L = (\rho_e + \rho_\nu)/\rho_N$). La fraction leptonique Y_L est obtenue par la résolution des équations de transport dans l'étoile nouvelle née. Sa valeur maximale est d'environ 0.4 au moment de l'effondrement gravitationnel, puis elle décroît au fur et à mesure que les neutrinos sortent de l'étoile. L'état de la matière asymétrique est fixé par n_B , T et Y_L .

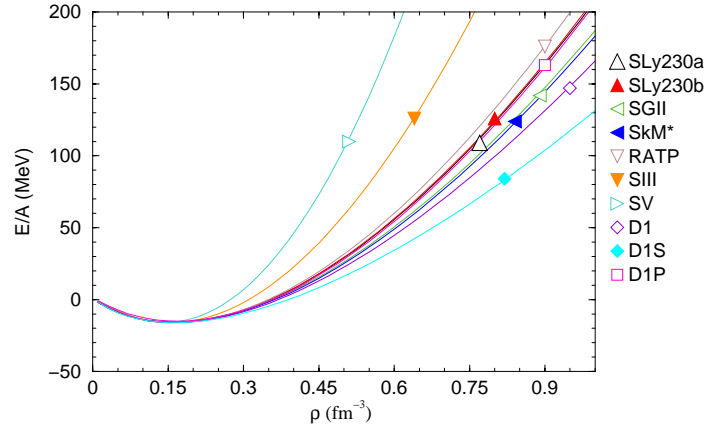


FIG. 2.1: Énergie de liaison E/A dans la matière nucléaire. Modèles non relativistes. Les triangles sont associés aux différentes forces de type Skyrme et les carrés aux forces de Gogny.

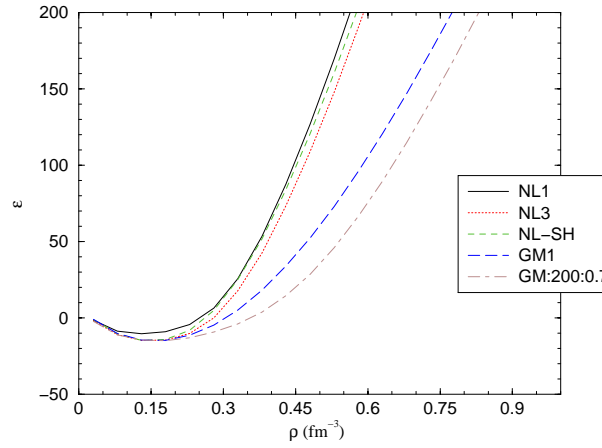


FIG. 2.2: Énergie de liaison E/A dans la matière nucléaire. Modèles relativistes

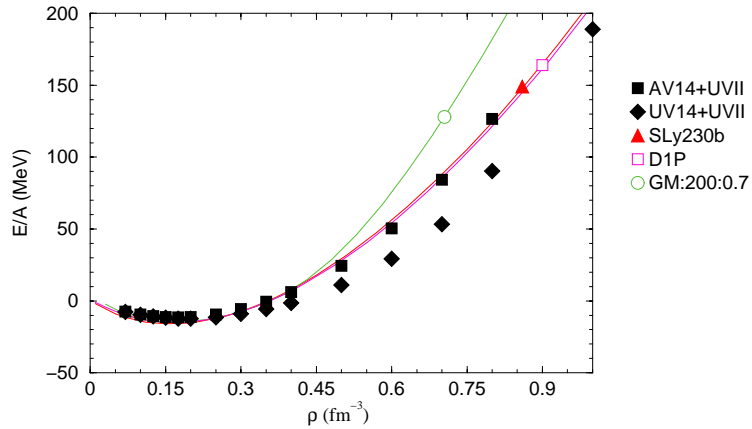


FIG. 2.3: Énergie de liaison E/A dans la matière nucléaire. Comparaison des différents modèles avec les équations d'état variationnelles [Wir88].

2.4 Discussion

Nous imposons deux contraintes majeures aux forces que nous voulons utiliser par la suite. D'abord, elles doivent avoir fait leur preuve pour décrire les propriétés des noyaux finis ; ensuite, il faut qu'elles soient en accord avec les calculs microscopiques variationnels dans la matière de neutrons et dans la matière nucléaire (UV14+UVII ou AV14+UVII [Wir88]).

2.4.1 Matière nucléaire symétrique saturée en spin

	SLy230a	SLy230b	SGII	SkM*	RATP	SIII	D1	D1S	D1P
ρ_0 (fm ⁻³)	0.16	0.16	0.158	0.16	0.16	0.145	0.168	0.162	0.174
E/A (MeV)	-15.99	-15.97	-15.59	-15.77	-16.05	-15.87	-16.3	-16.01	-16.19
K_∞ (MeV)	230	230	214	217	240	355	229	203	266
m^*/m	0.7	0.7	0.79	0.79	0.67	0.76	0.67	0.66	0.66

TAB. 2.1: Propriétés de la matière nucléaire avec des forces de Skyrme et de Gogny.

	AV14+UVII	UV14+UVII	UV14+TNI
ρ_0 (fm ⁻³)	0.194	0.175	0.157
E/A (MeV)	-12.4	-11.5	-16.6
K_∞ (MeV)	209	202	261
m^*/m	0.72	0.70	0.65

TAB. 2.2: Propriétés de la matière nucléaire issues des calculs variationnels [Wir88].

	NL3	NL1	NL-SH	TM1	GM1	GM :200 :0.7
ρ_0 (fm ⁻³)	0.148	0.153	0.146	0.145	0.153	0.153
E/A (MeV)	-16.3	-16.5	-16.3	-16.3	-16.3	-16.3
K_∞ (MeV)	272	211	355	281	300	200
m^*/m	0.6	0.57	0.6	0.634	0.7	0.7

TAB. 2.3: Propriétés de la matière nucléaire avec des modèles relativistes.

Commençons par la description des propriétés de la matière nucléaire symétrique. Les figures (2.1), (2.2) et (2.3) montrent l'énergie par particule en fonction de la densité pour des forces effectives de Skyrme, Gogny et quelques paramétrisations relativistes. On remarque que les forces SIII et SV se démarquent des autres dès deux fois la densité de saturation ce qui est dû à leur incompressibilité trop élevée (cf tableau (2.1)) et que

l'énergie de liaison prédite par les forces relativistes augmente très vite avec la densité, même pour des forces comme NL1 qui a une faible incompressibilité. La figure (2.3) compare les résultats des forces que nous avons choisies avec les calculs variationnels de Wiringa [Wir88]. On remarque que les résultats des calculs variationnels se distinguent des autres dans la zone de saturation comme l'indique le tableau (2.2).

Les tableaux (2.1), (2.2) et (2.3) montrent les propriétés essentielles de la matière nucléaire : la densité de saturation ρ_0 , l'énergie par particule E/A , l'incompressibilité K_∞ et la masse effective des différentes forces effectives et des calculs variationnels. Ces calculs variationnels consistent à prendre comme interaction entre les nucléons une interaction réaliste qui reproduit les déphasages mesurés de la diffusion NN, comme l'interaction d'Urbanna (UV14) ou d'Argonne (AV14), le chiffre 14 indiquant le nombre d'opérateurs considérés dans les voies de spin, isospin, tenseur, spin-orbite, etc. Une force à trois corps est aussi nécessaire pour décrire les propriétés de la matière nucléaire, et l'on utilise UVII ou TNI. La fonction d'onde variationnelle contient des corrélations à courte portée entre les nucléons, décrites dans le schéma FHNC, et la procédure consiste à trouver les fonctions de corrélation qui minimisent l'énergie du fondamental. Dans le tableau (2.2), on remarque que les calculs microscopiques avec les interactions AV14 et UV14 avec la partie UVII à trois corps ne reproduisent pas les bonnes propriétés de saturation de la matière nucléaire symétrique. Une meilleure description est obtenue avec la force à trois corps TNI. Au delà de la densité de saturation, ces calculs nous servent de guide et donnent une idée des barres d'erreur acceptables.

2.4.2 Matière de neutrons saturée en spin

La figure (2.4) montre l'énergie par particule dans la matière pure de neutrons pour différentes forces effectives de type Skyrme et Gogny. Certaines forces comme D1, D1S, SIII, SV dévient très fortement des autres forces effectives pour des densités au delà de la densité de saturation ρ_0 de la matière nucléaire. Ceci exclut ces forces pour un calcul dans la matière de neutrons. De plus, les forces de Gogny D1 et D1S manifestent une instabilité spinodale autour de trois fois la densité de saturation car augmenter la densité permet au système de diminuer son énergie.

La figure (2.5) montre l'énergie par particule donnée par différentes forces effectives relativistes. Ces résultats montrent que toutes les forces relativistes, même celles qui possèdent une très faible incompressibilité, donnent une énergie par particule très élevée au delà de la densité de saturation.

On représente sur la figure (2.6) l'équation d'état avec les forces effectives que nous allons finalement utiliser comparées aux calculs variationnels [Wir88]. Vu la grande gamme des prédictions variationnelles, on peut considérer que l'équation d'état est raisonnablement reproduite par les forces effectives non-relativistes.

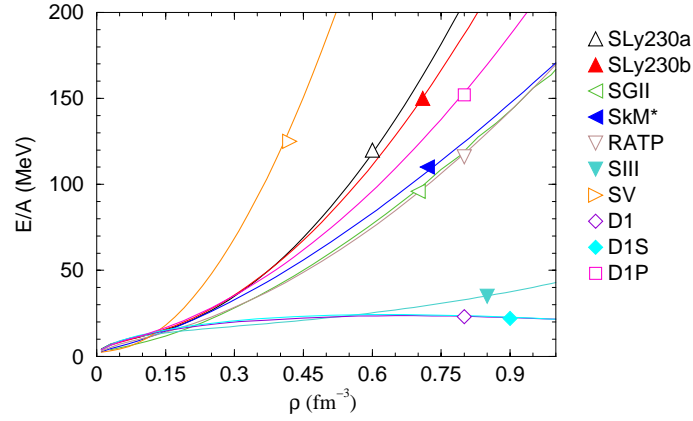


FIG. 2.4: Énergie par particule E/A dans la matière de neutrons pour différentes forces de Skyrme et de Gogny.

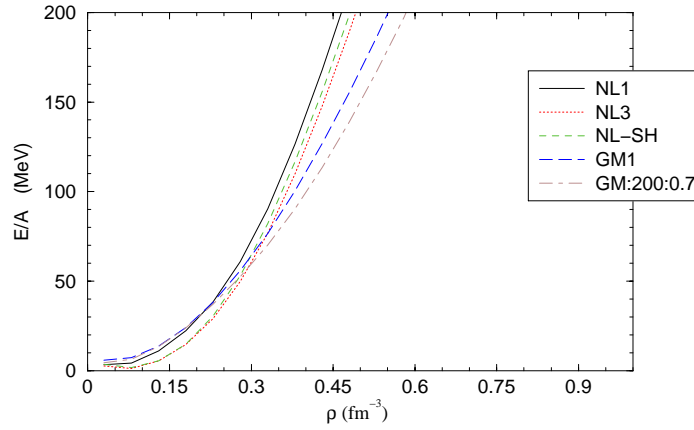


FIG. 2.5: Énergie par particule E/A dans la matière de neutrons pour différents modèles relativistes.

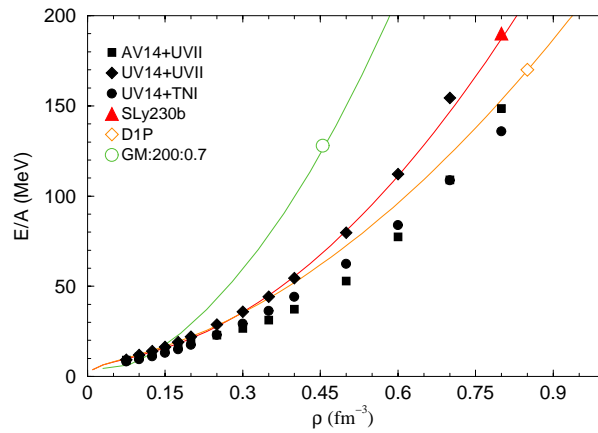


FIG. 2.6: Énergie par particule E/A dans la matière de neutrons pour les forces de Skyrme et de Gogny qui nous intéressent comparée à deux calculs variationnels (UV14+UVII et AV14+UVII).

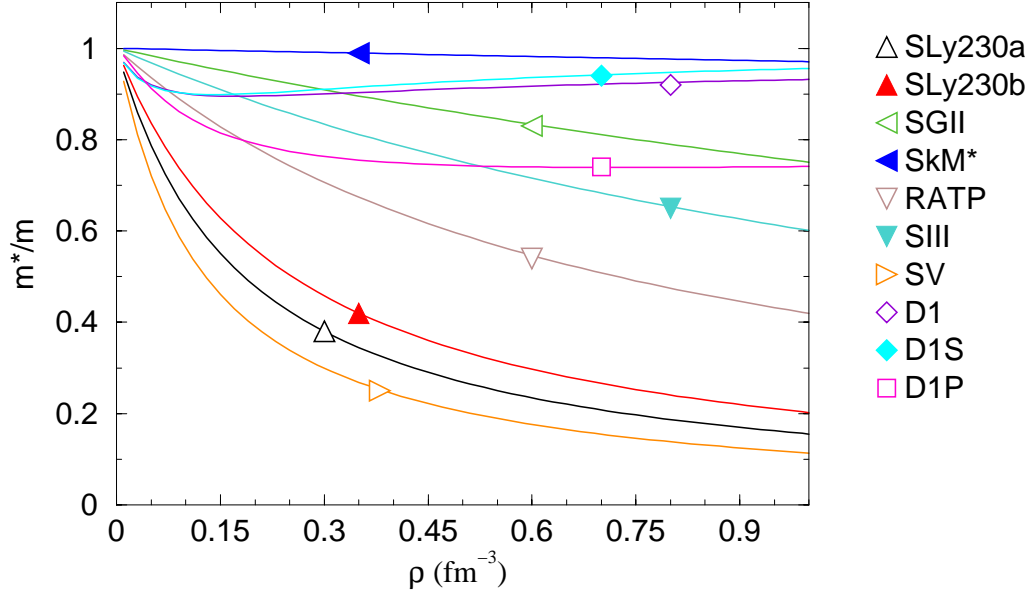


FIG. 2.7: Masses effectives dans la matière de neutrons en fonction de la densité pour différentes forces de Skyrme et de Gogny.

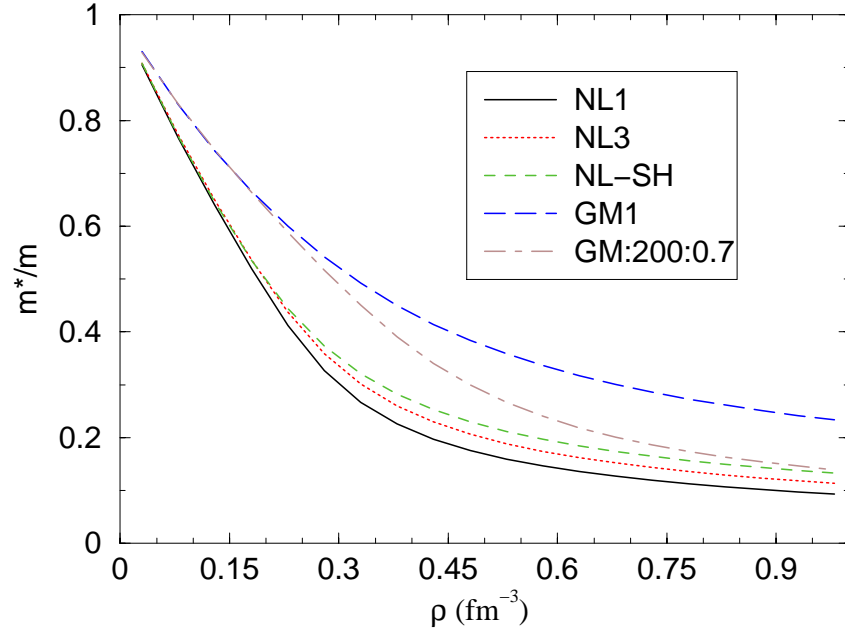


FIG. 2.8: Masses effectives dans la matière de neutrons en fonction de la densité pour différentes forces relativistes.

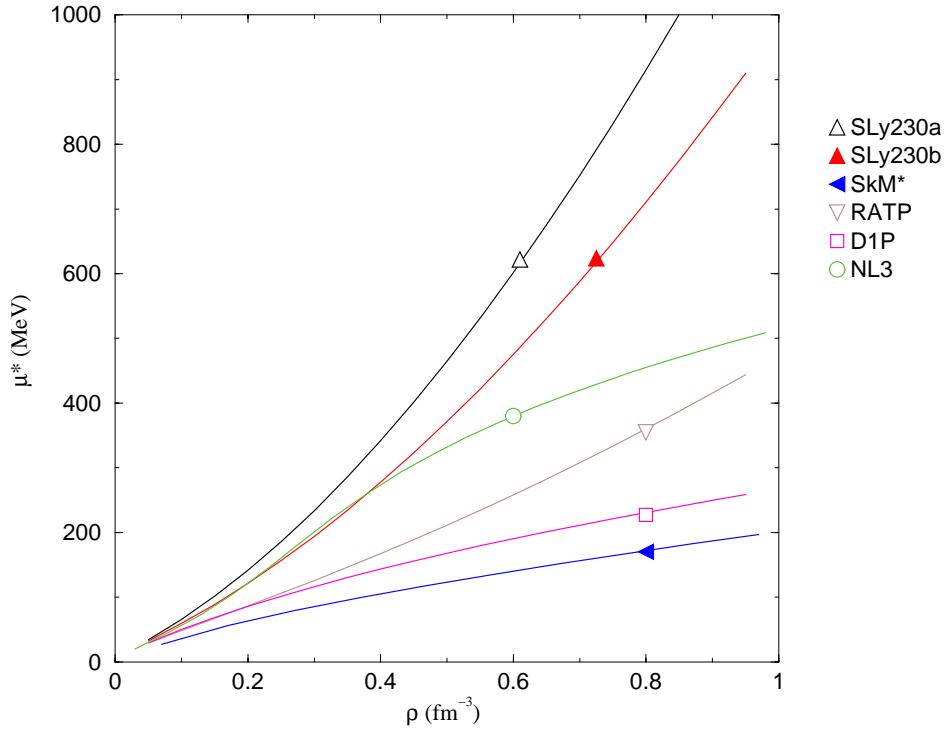


FIG. 2.9: Potentiel chimique effectif dans la matière de neutrons en fonction de la densité.

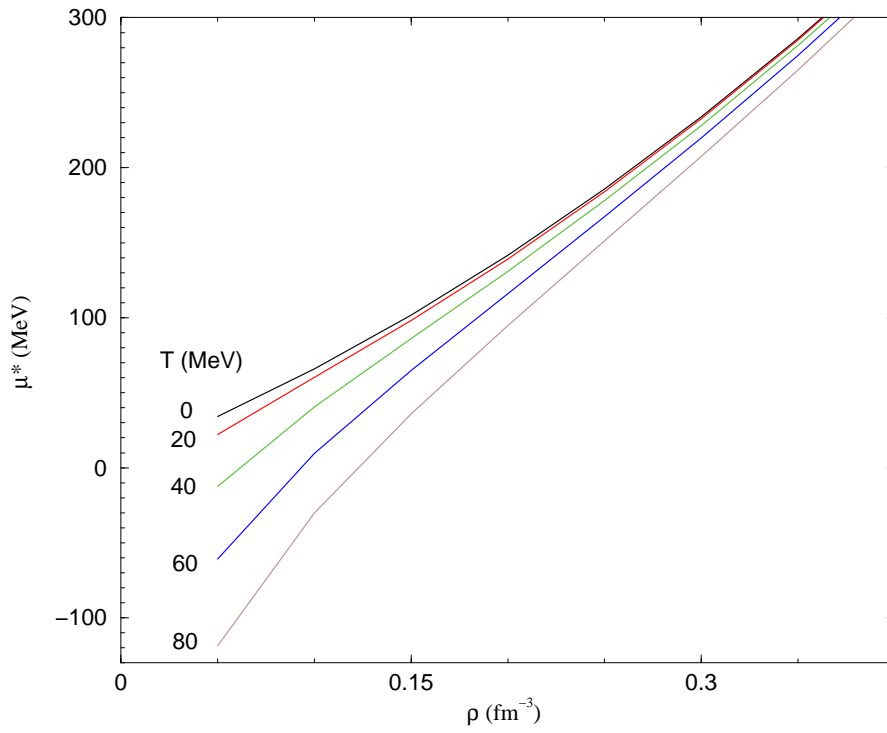


FIG. 2.10: Évolution du potentiel chimique effectif dans la matière de neutrons en fonction de la température. Les résultats correspondent à l'interaction SLy230a.

La figure (2.7) montre la dépendance en densité de la masse effective dans la matière de neutrons pour un jeu de forces non relativistes. On distingue clairement 3 types de forces : Celles qui sont pratiquement constantes et proches de 1 comme SkM* ; celles qui ne manifestent pas une très grande dépendance en fonction de la densité comme SGII, RATP, SIII, D1, D1S et D1P ; et enfin, celles qui décroissent très rapidement avec la densité comme SLy230a, SLy230b et SV. La figure (2.8) montre la dépendance en densité de la masse effective dans la matière de neutrons pour un jeu de forces relativistes. Remarquons d'abord que la masse effective diminue très fortement avec la densité pour toutes les forces relativistes. La masse effective est indépendante de l'asymétrie neutron-proton à cause de l'absence du méson δ . Nous verrons plus loin l'influence de la masse effective sur le libre parcours moyen des neutrinos.

Une autre quantité intéressante pour le calcul du libre parcours moyen des neutrinos est le potentiel chimique effectif $\mu^* = \mu - \mathcal{U}$. La figure (2.9) montre que les forces se répartissent en deux classes : celles pour lesquelles le potentiel chimique effectif croît très fortement avec la densité (SLy230a, SLy230b, SV) et celles pour lesquelles cette croissance est moins forte (SkM*, SGII, RATP, SIII, D1, D1S et D1P). Les forces se répartissent dans l'ordre inverse de la masse effective car le potentiel chimique effectif est inversement proportionnel à la masse effective.

La figure (2.10) montre la dépendance en température du potentiel chimique effectif. L'effet de la température apparaît pour des densités inférieures à 0.3fm^{-3} . Remarquons qu'à température non-nulle, le potentiel chimique effectif peut devenir négatif. Ceci est dû à la queue de la distribution de Fermi-Dirac qui n'est jamais nulle et qui augmente en valeur absolue avec la température. Ainsi, à température nulle, $\rho = 0$ implique $\mu = 0$ alors qu'à température finie, $\rho = 0$ implique $\mu \rightarrow -\infty$.

La comparaison des énergies par particule dans la matière nucléaire symétrique et dans la matière de neutrons (figure (2.11)) montre qu'à partir d'une certaine densité, quelques forces effectives prédisent que l'énergie par particule dans la matière de neutrons devient inférieure à l'énergie par particule dans la matière nucléaire. Cela signifie que la matière nucléaire devient instable car il est alors énergétiquement favorable de convertir les protons en neutrons. Nous appellerons densité d'instabilité d'isospin (ρ_i) la densité à laquelle ce phénomène se produit. Le tableau (2.4) répertorie les forces concernées par cette instabilité ainsi que les densités d'instabilité. Les forces de Lyon et SV ne sont pas concernées par ce phénomène.

2.4.3 Matière asymétrique en équilibre β

Nous allons maintenant étudier les propriétés de la matière asymétrique en équilibre β . On représente sur les figures (2.12) et (2.13) la fraction protonique ($X_p = \rho_p/\rho$) en fonction de la densité pour différentes forces et différentes températures. Comme on l'at-

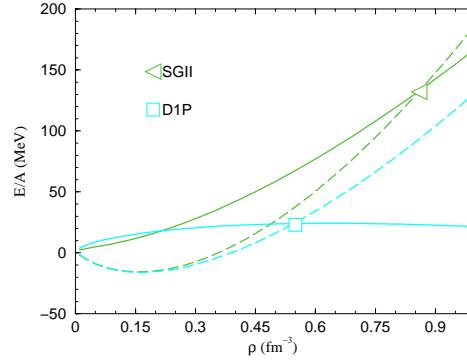


FIG. 2.11: Comparaison des énergies par particules dans la matière de neutrons (trait plein) et dans la matière symétrique (tiret).

	SGII	SkM*	RATP	SIII	D1	D1S	D1P
ρ_i (fm ⁻³)	0.86	0.92	0.71	0.33	0.50	0.54	1.2
ρ_i/ρ_0	5.44	5.75	4.44	2.27	2.98	3.33	6.90

TAB. 2.4: Densités d'instabilité en isospin ρ_i .

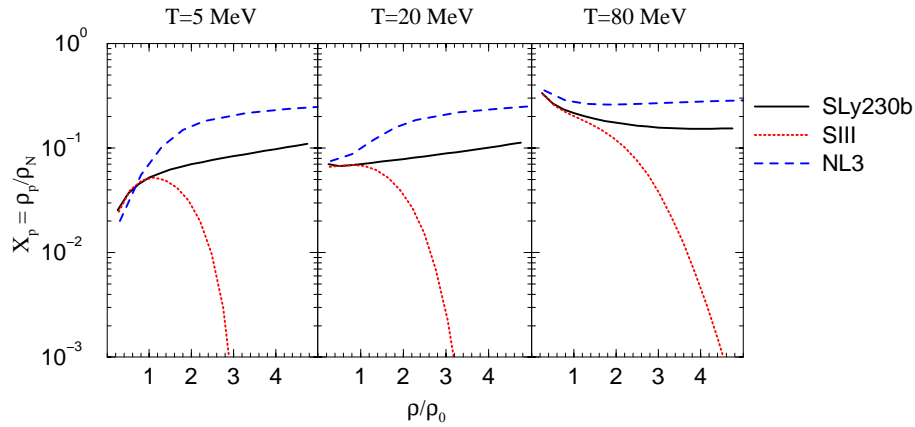


FIG. 2.12: Fraction protonique en fonction de la densité pour différentes températures. Neutrinos non-dégénérés ($\mu_\nu = 0$).

tendait, les prédictions autour de la densité de saturation sont très proches pour les différentes forces.

La figure (2.12) montre les résultats dans le cas des neutrinos non-dégénérés. Ils ne participent donc pas à l'équilibre ($\mu_\nu = 0$). Certaines forces comme SIII prédisent une très faible fraction protonique pour des densités de l'ordre de 3 fois la densité de saturation. Ce comportement est directement relié à l'instabilité d'isospin discutée précédemment puisque l'équilibre entre les protons et les neutrons autorise la conversion des protons en neutrons (interaction faible) si cela est énergétiquement favorable. La conversion n'est pas totale à cause de la température qui agit dans le sens endothermique ($p + e^- \rightarrow n + \bar{\nu}$). Quand T augmente, la fraction de protons augmente aussi. Ce comportement de la matière nucléaire peut être rapproché de la loi de modération de Van't Hoff pour les mélanges de gaz parfaits : une augmentation de T (à pression constante) déplace l'équilibre dans le sens endothermique. A haute densité, l'effet de la température diminue et l'équilibre tend vers l'équilibre à T nulle. A très faible densité et à T nulle, l'équilibre est très déplacé vers la matière de neutrons (à cause du rapport des masses). L'effet de la température à très basse densité consiste à augmenter la quantité de protons. Quand la température est suffisante pour dominer le rapport des masses, la fraction protonique tend naturellement vers 0.5. Par contre, comme toute augmentation de densité tend à diminuer l'effet de T , dès qu'on augmente la densité la fraction protonique diminue.

La figure (2.13) montre les résultats dans le cas des neutrinos dégénérés. Ils participent à l'équilibre et leur potentiel chimique est très élevé comparé au champ moyen des nucléons. C'est pour cela que la fraction protonique est beaucoup moins sensible à l'instabilité d'isospin de la force SIII. C'est aussi pour cela que les résultats des différentes forces effectives sont très proches. La fraction de neutrinos est faible par rapport à la fraction d'électrons et est donc pratiquement égale à $Y_l \rho_N$. Rappelons que la fraction de protons est égale à la fraction d'électrons. C'est pour cela que la fraction de protons est presque constante et de l'ordre de Y_l .

2.4.4 Matière de neutrons polarisée

Nous allons maintenant étudier la matière de neutrons polarisée. La figure (2.14) montre l'énergie par particule $E(S)/A$ en fonction de la densité pour différentes polarisations S et pour la force SLy230a. On observe ici aussi une instabilité : à partir d'une certaine densité que nous noterons dans la suite de cet exposé $\rho_s(S)$, la matière peut minimiser son énergie en se polarisant partiellement ou totalement.

On représente sur la figure (2.15) la différence entre l'énergie par particule dans la matière partiellement polarisée et l'énergie par particule dans la matière non polarisée ($E(S)/A - E(0)/A$) à densité fixe pour différentes polarisations (S). La partie d'ordonnée négative correspond donc à la zone d'instabilité. La courbe en trait fort est calculée

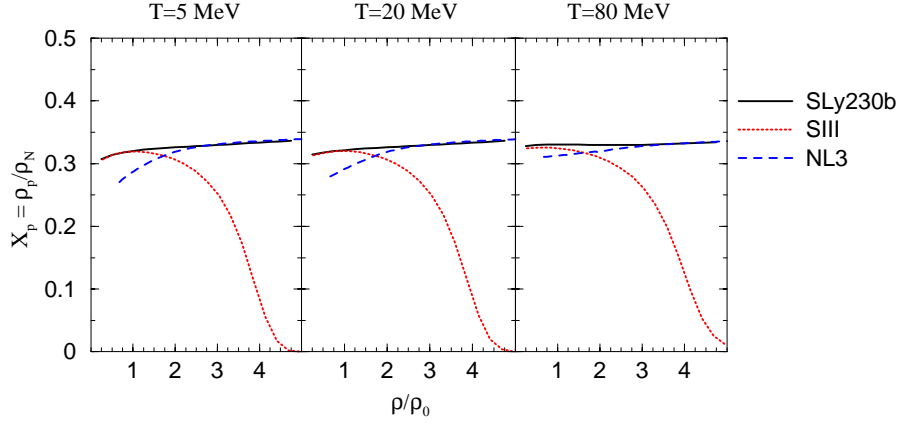


FIG. 2.13: Fraction protonique en fonction de la densité pour différentes températures. $Y_l=0.4$.

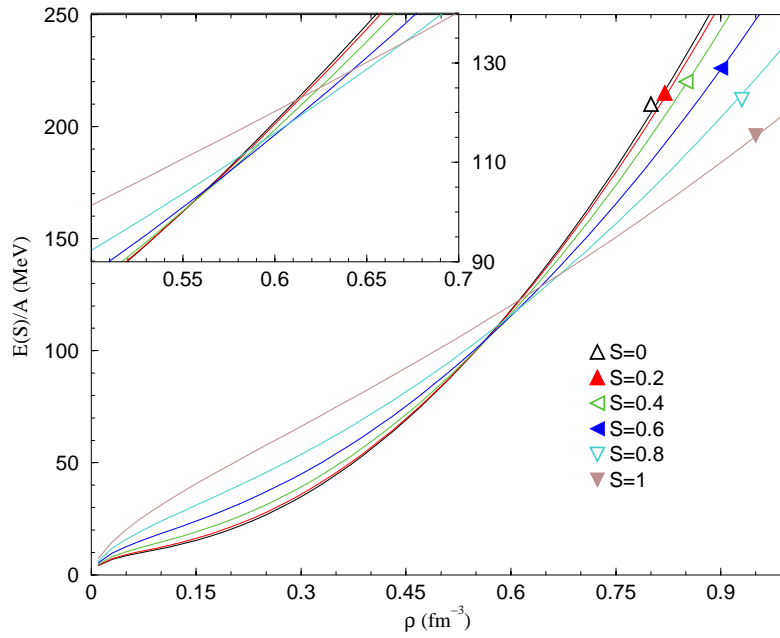


FIG. 2.14: $E(S)/A$ en fonction de la densité pour différentes polarisations ($S = 0, 0.2, 0.4, \dots$). Les résultats correspondent à SLy230a

pour une densité égale à 0.15 fm^{-3} . La matière non polarisée est bien stable à cette densité. Par contre, pour des densités comprises entre 0.6 et 0.7 fm^{-3} , il existe une polarisation pour laquelle l'énergie par particule est inférieure à celle de la matière non-polarisée : la matière peut alors se polariser partiellement. La matière non-polarisée est en équilibre métastable. Puis, pour des densités supérieures à 0.8 fm^{-3} , la matière peut-être totalement polarisée avec toujours un équilibre métastable de la matière non-polarisée. Nous discuterons plus en détail ces instabilités dans le chapitre suivant. Cette figure illustre le fait qu'à certaines densités, le champ moyen donné par la force SLy230a ne correspond plus au minimum d'énergie du système. Une étude précise des régions d'instabilités est donc nécessaire pour ne pas risquer d'extrapoler un modèle hors de ses limites.

2.5 Récapitulatif

Dans ce chapitre, nous avons effectué un contrôle des différentes forces effectives en comparant avec un calcul variationnel. C'est un contrôle dont il faut aussi connaître les limites. En effet, on sait que le calcul variationnel, par sa nature, ne donne que la borne supérieure de l'énergie totale : il est théoriquement possible avec une meilleure base de trouver un meilleur minimum. On remarque aussi que des calculs variationnels utilisant différentes forces à deux corps (AV14 ou UV14), ou différentes forces à trois corps (UVII ou TNI), donnent des résultats assez différents à haute densité. Avec toutes ces limitations le calcul variationnel nous fournit un guide pour choisir des forces effectives au delà de la densité de saturation.

De cette façon, nous avons contrôlé les forces effectives et nous avons pu effectuer une première discrimination entre les forces effectives acceptables (SLy, RATP, ... D1P) et les forces non acceptables (SIII, SV, D1, D1S) pour des densités au delà de 2-3 fois ρ_0 . On trouve aussi qu'aux densités supérieures à ρ_0 les forces relativistes prédisent toutes une énergie par particule beaucoup plus élevée que les forces effectives non-relativistes.

L'instabilité ferromagnétique est-elle physique ? Les prédictions des forces effectives présentées ici sont beaucoup trop variées pour pouvoir apporter une réponse quantitative. Il faudrait faire des calculs variationnels ou bien des calculs de matrice G à haute densité pour pouvoir répondre à cette question. Cependant, s'il y avait une transition de phase ferromagnétique dans le coeur d'une étoile à neutrons, alors le champ magnétique détruirait certainement la phase superfluide [Hae96] et la structure de l'étoile à neutrons serait très différente du modèle considéré actuellement.

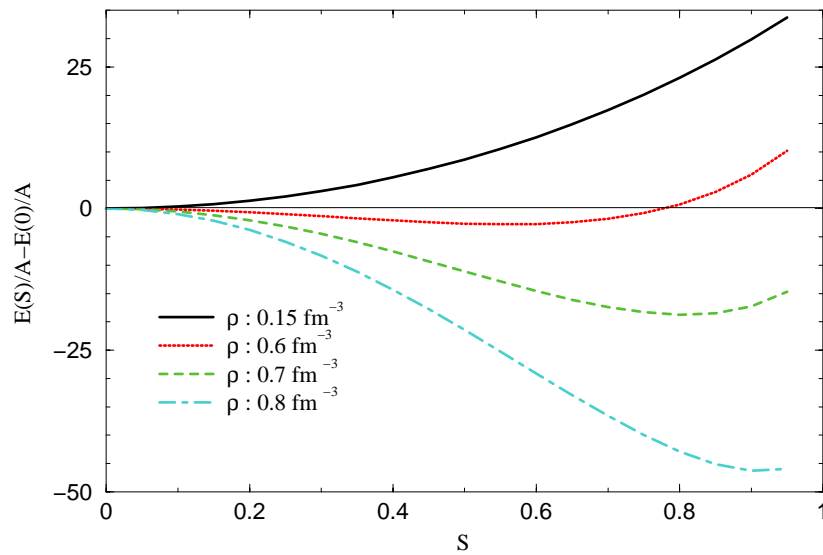


FIG. 2.15: $E(S)/A - E(S = 0)/A$ en fonction de S pour différentes densités. Le trait fort correspond à la densité de saturation, puis 0.6, 0.7, 0.8. Les résultats correspondent à SLy230a.

Chapitre 3

Conditions de stabilité dans l'espace d'isospin et de spin

Comme nous l'avons montré à la fin du chapitre précédent, le champ moyen ne correspond pas toujours au minimum de l'énergie, et il est donc nécessaire d'effectuer une étude précise des instabilités en même temps que l'on utilise une théorie de champ moyen. Dans la section 3.1, nous montrerons comment est habituellement effectué le calcul des énergies d'asymétrie en isospin et en spin dans la matière symétrique. Cependant, nous désirons aussi décrire des systèmes asymétriques en isospin et nous verrons dans la section 3.2 comment généraliser ce calcul. Les instabilités de spin sont généralement discutées en terme de susceptibilité. Partant du cas général d'un système asymétrique en isospin et spin nous trouvons des conditions de stabilité de spin plus générales pour un système symétrique en neutrons et protons. [Mar01a]. Le cas réciproque du calcul de l'énergie d'asymétrie d'isospin dans la matière asymétrique en spin ne nous intéresse pas car nous limitons l'utilisation des forces effectives aux seuls systèmes non polarisés. La dernière section est une discussion des forces effectives que nous utilisons ensuite pour décrire la matière nucléaire au delà de la densité ρ_0 .

Nous allons étudier la stabilité du fondamental par rapport au degré de liberté d'isospin pour la matière symétrique en spin, puis nous étudierons la stabilité par rapport à une asymétrie de spin pour différentes asymétries d'isospin. Ce choix correspond au domaine dans l'espace de spin et d'isospin dans lequel notre force effective peut être contrôlée. En effet, la charte des noyaux permet d'explorer des systèmes nucléaires symétriques en spin et asymétriques en isospin, et les étoiles à neutrons constituent le système d'asymétrie en isospin extrême. Par contre, il n'existe pas de systèmes nucléaires naturellement polarisés : au plus, deux nucléons ne sont pas "appariés" dans les noyaux impair-impair.

Dans notre étude, nous allons partir d'un état stable par rapport aux fluctuations de spin et d'isospin correspondant aussi à l'état donné par l'approximation de champ moyen. De plus, on se limitera à l'équation d'état en champ extérieur nul, comme c'est le cas dans une proto-étoile à neutrons. Ainsi, on peut effectuer un développement limité de l'énergie par particule ($E(X)/A$) en puissances de la fluctuation considérée (X) comme

$$E(X)/A = E(0)/A + e_1 X^2 + O(X^2) \quad (3.1)$$

Pour une fluctuation de spin, le terme linéaire en X donne le champ magnétique induit, qui est nul puisque $X = 0$ est un extremum. La condition de stabilité est alors satisfaite si le coefficient e_1 (énergie d'asymétrie) est positif. Le système peut se trouver dans deux configurations : soit e_1 est positif et le système est stable (il relaxe obligatoirement vers l'équilibre), soit e_1 est négatif et le système est métastable (il amplifie l'effet des fluctuations et s'écarte de l'équilibre).

Dans la suite, nous allons considérer des systèmes asymétriques en isospin et saturés ou non en spin. Les variables naturelles sont alors la densité de nucléons ρ , le paramètre d'asymétrie en isospin $I = (\rho_p - \rho_n)/\rho$ et les paramètres d'asymétrie en spin des neutrons $S_n = (\rho_{n+} - \rho_{n-})/\rho_n$ et des protons $S_p = (\rho_{p+} - \rho_{p-})/\rho_p$. Par exemple, pour des systèmes non polarisés, $S_n = 0$ et $S_p = 0$. On peut écrire les densités de chaque espèce de particules en fonction de la densité totale de nucléons ρ sous la forme

$$\begin{aligned} \rho_{p+} &= \frac{1+I}{2} \frac{1+S_p}{2} \rho & \rho_{p-} &= \frac{1+I}{2} \frac{1-S_p}{2} \rho \\ \rho_{n+} &= \frac{1-I}{2} \frac{1+S_n}{2} \rho & \rho_{n-} &= \frac{1-I}{2} \frac{1-S_n}{2} \rho \end{aligned} \quad (3.2)$$

3.1 Matière symétrique de neutrons et de protons

Dans cette section, nous montrons comment sont habituellement dérivées les expressions des énergies d'asymétrie en isospin et en spin dans la matière symétrique de neutrons et protons.

3.1.1 Énergie d'asymétrie d'isospin

Commençons par explorer la stabilité de la matière symétrique par rapport à une fluctuation d'isospin. Dans ce cas, nous effectuons le développement limité décrit par l'équation (3.1) où la variable X correspond ici au paramètre d'asymétrie $I = (\rho_p - \rho_n)/\rho$. Le comportement de l'énergie de liaison prend alors la forme suivante :

$$E(I)/A = E(0)/A + \epsilon_1 I^2 + O(I^2) \quad (3.3)$$

où ϵ_1 est l'énergie d'asymétrie d'isospin définie comme

$$\epsilon_1 = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathcal{H}_N / \rho}{\partial I^2} \Big|_{I=0} \quad (3.4)$$

Pour la force de Skyrme, l'énergie d'asymétrie d'isospin s'écrit

$$\begin{aligned} \epsilon_1 = & \frac{\hbar^2}{6m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho^{2/3} + \frac{1}{24} \left((4 + 5x_2)t_2 - 3x_1 t_1 \right) \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho^{5/3} \\ & - \frac{t_0}{8} (2x_0 + 1) \rho - \frac{t_3}{48} (2x_3 + 1) \rho^{\sigma+1} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Cependant, la combinaison de ces paramètres n'est pas explicite en elle même. On montre que le terme d'interaction est égal au paramètre de Landau monopolaire f'_0 et l'énergie d'asymétrie prend alors la forme suivante [Mig67] :

$$\epsilon_1 = \frac{\rho}{2N_0} (1 + F'_0) \quad (3.6)$$

où $F'_0 = N_0 f'_0$ est le paramètre de Landau sans dimension et N_0 est la densité d'état qui est reliée au moment de Fermi, à la masse effective et à la dégénérescence selon $N_0 = gm^* k_F / 2\pi^2 \hbar^2$. On relie F'_0 aux paramètres donnés dans l'annexe (C) selon $F'_0 = F'^{(nn)}_0 + F'^{(np)}_0$ et on peut montrer d'une façon indépendante de la force utilisée que ce résultat est général [Mig67]. Il est donc aussi valable pour la force de Gogny et pour les forces relativistes.

La matière symétrique devient instable si ϵ_1 est négatif, car dans ce cas, l'énergie la plus basse correspondrait à un système qui n'aurait plus $N = Z$. En utilisant la formule de masse, l'analyse expérimentale donne la valeur $\epsilon_1 = 32.5 \pm 0.5 \text{ MeV}$ [Mol88, Swi94, Mol95]. On représente sur la figure (3.1) l'énergie d'asymétrie en fonction de ρ pour différentes forces de type Skyrme ainsi que quelques points du calcul variationnel de Wiringa [Wir88]. Pour une présentation très approfondie du calcul de l'énergie d'asymétrie d'isospin, nous référons le lecteur à Ignazio Bombaci dans [Bal99]. Sauf les paramétrisations SLy, les forces de Skyrme considérées conduisent à une instabilité au delà de la densité de saturation ρ_0 dans la matière nucléaire.

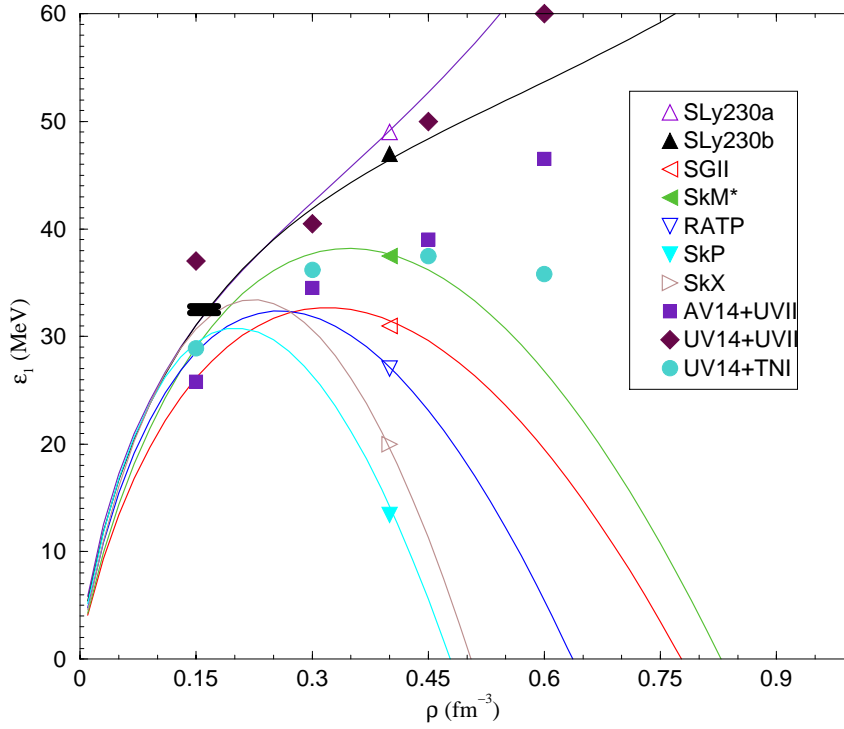


FIG. 3.1: Energie d'asymétrie d'isospin dans la matière nucléaire symétrique pour un jeu de forces de Skyrme. On montre aussi les résultats du calcul variationnel de Wiringa et le rectangle noir représente le résultat de l'analyse expérimentale [Mol88, Swi94, Mol95].

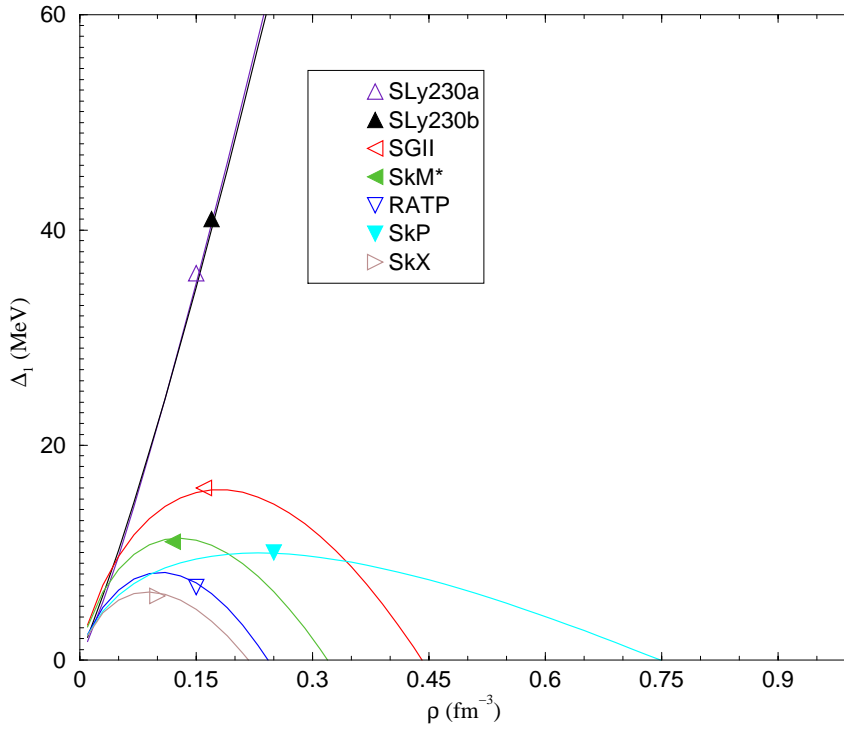


FIG. 3.2: Energie d'asymétrie de spin dans la matière nucléaire symétrique pour un jeu de forces de Skyrme.

3.1.2 Énergie d'asymétrie de spin

De façon analogue, nous définissons l'énergie d'asymétrie de spin comme la dérivée seconde de la densité d'énergie du système :

$$\Delta_1 = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathcal{H}_N / \rho}{\partial S^2} \Big|_{S=0} \quad (3.7)$$

De cette façon, le développement limité de l'énergie de liaison E/A autour de $S = 0$ ($S = (\rho_+ - \rho_-)/\rho$) donne :

$$E(S)/A = E(0)/A + \Delta_1 S^2 + O(S^2) \quad (3.8)$$

A partir de la fonctionnelle de Skyrme (B.4), on déduit l'énergie d'asymétrie de spin dans la matière symétrique en isospin :

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \frac{\hbar^2}{6m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho^{2/3} + \frac{1}{24} \left((4 + 5x_2)t_2 + 3x_1 t_1 \right) \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho^{5/3} \\ &\quad - \frac{t_0}{8} (-2x_0 + 1) \rho - \frac{t_3}{48} (-2x_3 + 1) \rho^{\sigma+1} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$= \frac{\rho}{2N_0} (1 + G_0) \quad (3.10)$$

où G_0 est le paramètre de Landau sans dimension pour la voie de spin. Notons que Δ_1 se déduit de ϵ_1 en changeant les signes de x_0 , x_1 et x_3 . De même que dans le cas de l'isospin, le résultat (3.10) est indépendant de l'interaction considérée, et reste valable pour une interaction de type Gogny et pour les forces relativistes. On représente sur la figure (3.2) l'énergie d'asymétrie de spin Δ_1 en fonction de la densité pour différentes interactions. On peut observer à nouveau que, avec l'exception des interactions SLy, les interactions de Skyrme considérées ici manifestent une instabilité de spin dans la matière asymétrique en isospin.

3.2 Instabilité de spin dans la matière asymétrique de protons et de neutrons

Pour les densités qui nous intéressent, la proto-étoile à neutrons contient essentiellement des protons et des neutrons dans des proportions inégales. Nous ne pouvons donc pas nous contenter d'une étude des instabilités dans la matière symétrique en protons et neutrons. On considère un liquide à quatre composantes : neutron, proton, spin up et spin down. A chacune des composantes est associée une densité. Nous utilisons les 4 variables ρ , I , S_n et S_p (cf équation (3.2)).

Nous explorons les instabilités de spin dans les systèmes asymétriques en neutrons et en protons. Pour cela, nous écrivons le développement limité de la densité d'énergie en

fonction des deux variables S_n et S_p sans nous limiter à $I = 0$:

$$\frac{\mathcal{H}_N}{\rho} = \frac{\mathcal{H}_N}{\rho}(S_n = 0, S_p = 0) + \Delta_{nn}S_n^2 + \Delta_{pp}S_p^2 + 2\Delta_{np}S_nS_p + O(S^2) \quad (3.11)$$

avec

$$\Delta_{nn} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathcal{H}_N / \rho}{\partial S_n^2} \Big|_{S_n, S_p=0}, \quad \Delta_{np} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathcal{H}_N / \rho}{\partial S_n \partial S_p} \Big|_{S_n, S_p=0} \quad (3.12)$$

Nous pourrions continuer à discuter l'instabilité en termes d'énergie de liaison. Cependant, puisque neutrons et protons ont des moments magnétiques différents, ils vont réagir de façon différente devant un champ magnétique, et il semble donc plus naturel de discuter l'instabilité d'isospin en termes des susceptibilités magnétiques.

Ici, nous définissons les susceptibilités, puis montrons les relations entre les susceptibilités et les énergies d'asymétrie, et enfin discutons la condition d'instabilité. En dehors de la discussion et des prédictions des différentes forces, nous reviendrons sur le cas limite de la matière symétrique de neutrons et de protons où nous montrons l'effet d'une restriction souvent faite dans d'autres études.

Nous commençons par introduire la définition de la susceptibilité. Pour cela, nous définissons l'aimantation \mathcal{M}_i de l'espèce i ($i = n, p$)

$$\mathcal{M}_i = \mu_i(\rho_{i+} - \rho_{i-}) = \mu_i S_i \rho_i \quad (3.13)$$

où μ_i est le moment magnétique. L'aimantation est proportionnelle à l'asymétrie en spin, au moment magnétique et à la densité de l'espèce i . On considère un système en champ magnétique nul auquel on applique un champ magnétique extérieur très faible. A l'équilibre, le champ magnétique induit (H_i) est égal et opposé au champ magnétique extérieur et s'écrit comme la variation de la densité d'énergie (\mathcal{H}_N) par rapport à l'aimantation (\mathcal{M}_i) :

$$H_i = \frac{\partial \mathcal{H}_N}{\partial \mathcal{M}_i} \quad (3.14)$$

En champ magnétique nul, l'équilibre est donné par $H_i = 0$ pour toutes les espèces i . La susceptibilité est, par définition, la quantité qui relie les variations du champ magnétique H_i et de l'aimantation \mathcal{M}_j à densité constante :

$$\frac{1}{\chi_{ij}} = \frac{\partial H_i}{\partial \mathcal{M}_j} = \frac{\partial^2 \mathcal{H}_N}{\partial \mathcal{M}_i \partial \mathcal{M}_j} \quad (3.15)$$

Montrons maintenant la relation entre la susceptibilité et l'énergie d'asymétrie de spin. En champ magnétique nul, on déduit le développement limité de la densité d'énergie à l'équilibre en fonction de \mathcal{M}_i :

$$\mathcal{H}_N = \mathcal{H}_N(\mathcal{M}_i = 0) + \frac{1}{2} \sum_{ij} \frac{1}{\chi_{ij}} \mathcal{M}_i \mathcal{M}_j + O(\mathcal{M}^2) \quad (3.16)$$

Le terme linéaire en \mathcal{M} est nul car c'est le champ magnétique (cf éq.3.14). La correspondance entre les susceptibilités et les énergies d'asymétrie se déduit des deux développements (3.11) et (3.16) en utilisant (3.13) :

$$\frac{1}{\chi_{nn}} = \frac{2\rho}{\mu_n^2 \rho_n^2} \Delta_{nn} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\chi_{np}} = \frac{2\rho}{\mu_n \rho_n \mu_p \rho_p} \Delta_{np} \quad (3.17)$$

On calcule maintenant les susceptibilités d'après la définition (3.15) en utilisant la fonctionnelle de Skyrme (B.4). On montre qu'on peut les écrire en fonction des paramètres de Landau (cf annexe C) selon :

$$\frac{\mu_n^2}{\chi_{nn}} = \frac{1}{N_0^n} (1 + G_0^{(nn)}) \quad (3.18)$$

$$\frac{\mu_n \mu_p}{\chi_{np}} = \frac{1}{\sqrt{N_0^n N_0^p}} G_0^{(np)} \quad (3.19)$$

Cette relation entre les susceptibilités et les paramètres de Landau déduite ici pour la fonctionnelle de Skyrme est en fait très générale [Mig67].

Étudions maintenant la condition de stabilité. Dans l'espace d'isospin, le champ magnétique et la magnétisation ont deux composantes

$$H = \begin{pmatrix} H_n \\ H_p \end{pmatrix} \quad \mathcal{M} = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_n \\ \mathcal{M}_p \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

On réécrit la définition de la susceptibilité (cf équation (3.15)) en fonction des vecteurs à deux composantes H et \mathcal{M} :

$$dH = \frac{1}{\chi} d\mathcal{M} \quad (3.21)$$

La matrice $1/\chi$ est une matrice 2×2 dont les composantes sont :

$$\frac{1}{\chi} = \begin{pmatrix} 1/\chi_{nn} & 1/\chi_{np} \\ 1/\chi_{pn} & 1/\chi_{pp} \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

La stabilité de la matière par rapport à une fluctuation de densité de spin est assurée si la matrice $1/\chi$ est définie positive, c'est à dire si $\det(1/\chi) > 0$. On obtient [Mar01a]

$$\det \left(\frac{1}{\chi} \right) = \frac{\mu_n^2 \mu_p^2}{N_0^n N_0^p} \left((1 + G_0^{(nn)}) (1 + G_0^{(pp)}) - G_0^{(np)^2} \right) \quad (3.23)$$

On définit la densité ρ_f pour laquelle $\det(1/\chi)$ s'annule. C'est la densité à laquelle l'instabilité ferromagnétique apparaît quand on entre dans la phase ferromagnétique par les basses densités. On ne peut faire aucune prédiction sérieuse quand au comportement de cette phase instable, ni quant à ce qui se passe au delà car nous n'avons aucun contrôle sur les forces effectives dans la phase ferromagnétique.

Dans la matière de neutrons pure, la contribution à l'énergie de la susceptibilité se réduit à \mathcal{M}_n^2/χ_n car les autres termes sont nuls ($1/\chi_p$ diverge à cause de $1/N_0^{p2}$, donc comme $k_F^p{}^{-2}$, mais \mathcal{M}_p tend vers zéro comme ρ_p soit $k_F^p{}^3$). L'instabilité est alors directement reliée au comportement du paramètre $G_0^{(nn)}$ selon la formule bien connue [Mig67]

$$\det \left(\frac{1}{\chi} \right) (\text{mat.neut.}) \sim \left(1 + G_0^{(nn)} \right) \quad (3.24)$$

Par contre, dans la matière asymétrique, l'instabilité résulte de l'égalité entre les deux termes $(1 + G_0^{(nn)})(1 + G_0^{(pp)})$ et $G_0^{(np)2}$. Dans la matière très fortement asymétrique, quand $G_0^{(pp)} \ll 1$, la formule (3.23) se réduit à

$$\det \left(\frac{1}{\chi} \right) (X_p \ll 1) \sim \frac{1 + G_0^{(nn)}}{N_0^n} \left(\frac{1}{N_0^p} - \frac{N_0^n (g_0^{(np)})^2}{1 + G_0^{(nn)}} \right) \quad (3.25)$$

qui est à rapprocher du critère d'instabilité donné dans la référence [Kut89].

Dans la matière nucléaire symétrique, on a $G_0^{(nn)} = G_0^{(pp)}$, et la somme $G_0^{(nn)} + G_0^{(np)}$ est égale au paramètre G_0 . Pour simplifier la notation nous appellerons G_0^- la différence $G_0^{(nn)} - G_0^{(np)}$. Alors le déterminant devient :

$$\det \left(\frac{1}{\chi} \right) (\text{mat.sym.}) \sim \left(1 + G_0^- \right) \left(1 + G_0 \right) \quad (3.26)$$

qui s'annule si $1 + G_0$ ou $1 + G_0^-$ s'annule. Le facteur $1 + G_0^-$ n'est pas présent dans l'expression de l'énergie d'asymétrie de spin dans la matière symétrique en isospin (cf éq.(3.10)). Pourtant nous nous serions attendu a priori à retrouver ce cas limite. Revenons à la discussion de la matière symétrique de neutrons et de protons de la sous-section 3.1.2. Qu'avons nous fait ? On a traité la charge d'isospin comme une dégénérescence de particules indiscernables. Mais c'est une approximation qui sous-entend que l'interaction effective entre neutrons ou entre protons est identique à l'interaction entre neutrons et protons.

On représente sur la figure (3.3) les deux facteurs $1 + G_0$ et $1 + G_0^-$ dans la matière symétrique. Pour certaines forces comme SGII ou SkM*, le facteur $1 + G_0$ s'annule avant le facteur $1 + G_0^-$ et l'instabilité a lieu à la même densité que celle qui correspond à l'annulation de Δ_1 . Cependant, il existe aussi des forces pour lesquelles le facteur $1 + G_0$ reste toujours supérieur à zéro mais c'est le second facteur $1 + G_0^-$ qui s'annule (SLy230a, SLy230b et SIII).

La conclusion de cette discussion est que l'instabilité ferromagnétique dans la matière nucléaire n'est pas déterminée par le seul paramètre de Landau G_0 , mais aussi par le paramètre G_0^- . Le résultat (3.10) a été obtenu en considérant que l'énergie par particule ne dépendait que de la variable $S = S_n + S_p$ tandis que le résultat plus général s'obtient en considérant les variations indépendantes par rapport à S_n et S_p . Dans la matière de

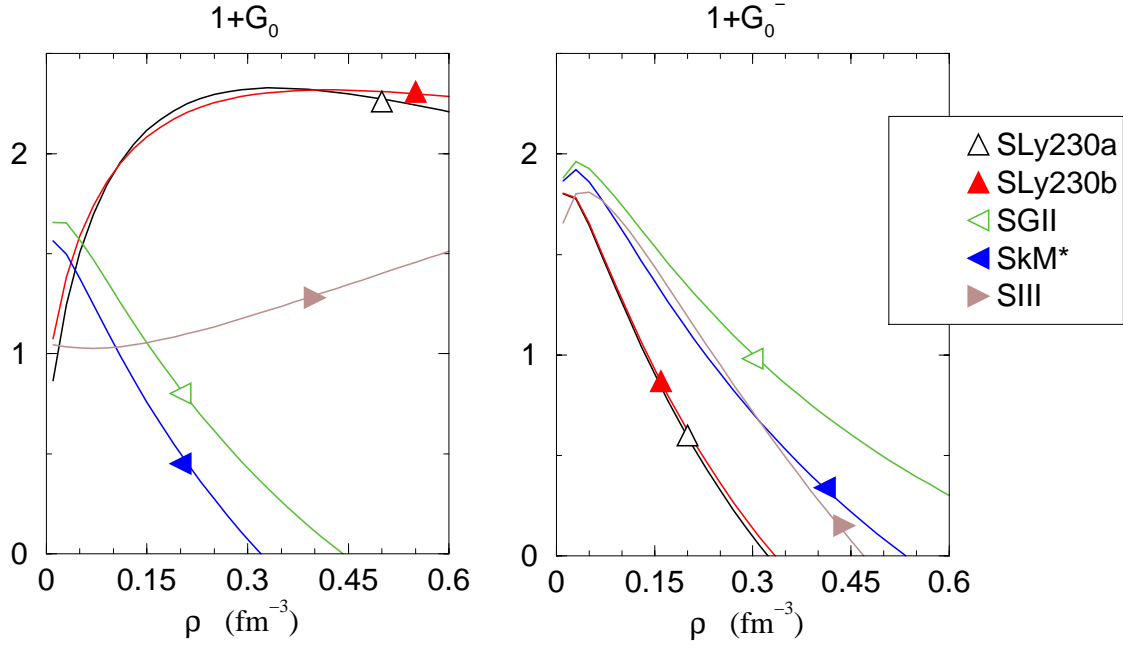


FIG. 3.3: Paramètres de Landau G_0 et le paramètre G_0^- dans la matière nucléaire symétrique en fonction de la densité et pour différentes forces de type Skyrme.

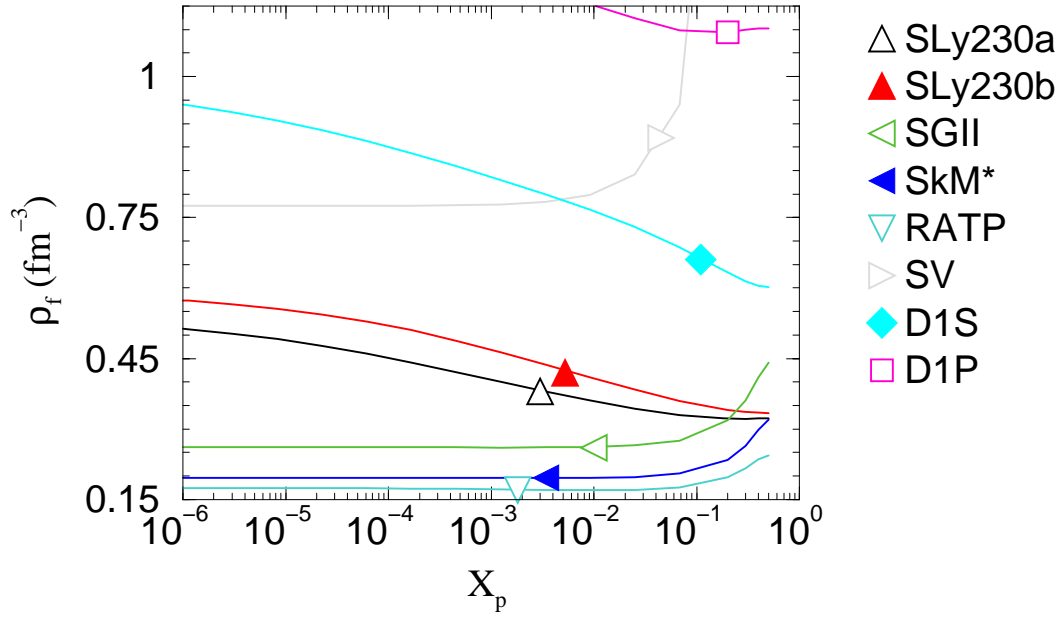


FIG. 3.4: Densité d'instabilité ferromagnétique ρ_f en fonction de l'asymétrie en proton. $X_p = 0$ correspond à la matière de neutrons, $X_p = 0.5$ à la matière nucléaire.

neutrons, S est confondu avec S_n et un seul paramètre de Landau détermine l'instabilité de spin, c'est $G_0^{(nn)}$.

La figure (3.4) représente la densité d'instabilité ferromagnétique ρ_f en fonction de l'asymétrie. X_p est la fraction de protons : $X_p = 0$ dans la matière de neutrons et $X_p = 1/2$ dans la matière nucléaire. Presque toutes les forces de Skyrme prédisent une instabilité ferromagnétique à des densités assez basses ($\rho_f < 0.6 \text{ fm}^{-3}$). Les forces SGII, SkM*, RATP et SIII manifestent une instabilité à très basse densité ($\rho_f < 0.3 \text{ fm}^{-3}$). Elle ne peuvent donc pas être utilisées pour nos calculs. Les forces SLy230a et SLy230b sont instables à plus haute densité dans la matière fortement neutronisée. La force SV se particularise des autres forces de Skyrme car l'instabilité qu'elle prédit est repoussée à très haute densité ($> 0.9 \text{ fm}^{-3}$). Cependant elle donne une mauvaise équation d'état dans la matière de neutrons et dans la matière symétrique (trop forte incompressibilité).

matière	SLy230a	SLy230b	SGII	SkM*	RATP	SIII	SV	D1	D1S	D1P
de neutrons	0.529	0.585	0.262	0.197	0.175	0.317	0.775	>3	1.02	1.30
nucléaire	0.323	0.334	0.441	0.320	0.243	0.470	>3	1.3	0.602	1.15

TAB. 3.1: Densités d'instabilité ferromagnétique ρ_f (en fm^{-3}) dans la matière de neutrons et dans la matière nucléaire pour un jeu de forces non-relativistes.

Ces densités d'instabilité donnent une limite à l'utilisation des forces effectives. Le tableau (3.1) présente les densités d'instabilité ferromagnétique dans la matière de neutrons et dans la matière nucléaire. Les forces de Gogny présentent toutes une instabilité ferromagnétique pour des densités très élevées, au delà des densités où nos calculs sont raisonnables. La force de Gogny D1 présente la particularité de repousser la densité d'instabilité ferromagnétique pour la matière de neutrons à l'infini alors que dans la matière nucléaire symétrique, cette densité d'instabilité est finie. Pour comprendre comment cela est possible, nous avons représenté sur la figure (3.5) le comportement de $\det(1/\chi)$ en fonction de la densité pour différentes asymétries. On voit qu'au fur et à mesure que la fraction protonique diminue, la contribution du paramètre de Landau G_0^{np} diminue, c'est lui qui donne la décroissance de la courbe à haute densité. Dans la matière pure de neutrons, ce paramètre est nul et la courbe ne traverse plus l'axe des abscisses, il n'y a donc plus d'instabilité.

Le champ moyen relativiste à l'approximation Hartree ne possède pas d'instabilité de spin parce que le méson π ne contribue pas. Or c'est le seul méson qui décrive le degrés de liberté de spin. Notons cependant qu'en dehors de notre étude, à l'approximation Hartree-Fock, le champ moyen présente une instabilité de spin pour des densités comprise entre 4 et $5.5\rho_0$, selon la façon dont on introduit le couplage au pion (pseudo-scalaire, pseudo-vecteur ou mixte) [Ber95].

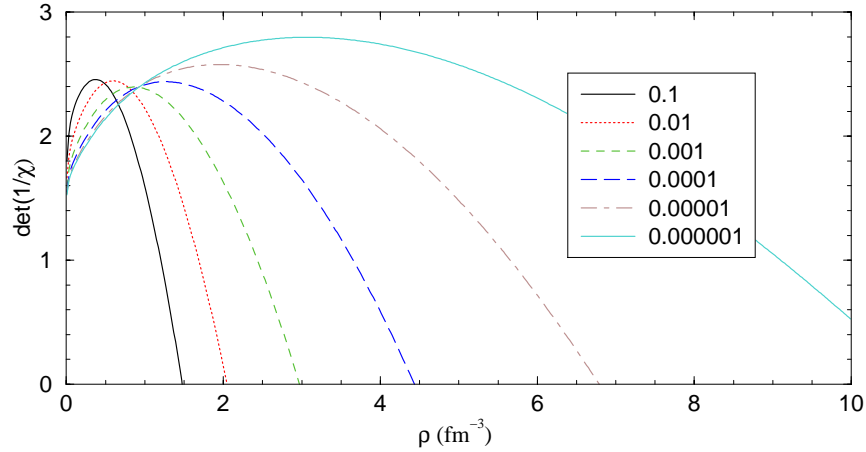


FIG. 3.5: $\det 1/\chi$ calculé avec D1 en fonction de la densité pour les différentes asymétries X_p indiquées.

3.3 Choix des forces

Faut-il renoncer à utiliser les forces effectives qui prédisent des instabilités ? En d'autres termes, peut-on croire aux prédictions des forces effectives dans les régions de densité élevée et donner aux instabilités décrites dans ce chapitre le statut de transition de phase du type ferromagnétique ou bien de conversion du système en matière de neutrons ? Cette question n'a pas reçu de réponse définitive à ce jour pour deux raisons majeures : d'abord, on ne connaît qu'un seul point du diagramme des phases de la matière nucléaire (point de saturation). Il est fort possible que l'étude intensive des événements de multifragmentation d'ions lourds (INDRA, MEDEA,...) fournissent un deuxième point du diagramme des phases pour la transition de phase liquide-gaz, ce qui constituerait un progrès très utile pour la connaissance de la structure de l'interaction nucléaire. Cependant, cette transition de phase est attendue pour des densités inférieures à la densité de saturation ρ_0 alors que nous sommes intéressés à l'interaction nucléaire au delà. La deuxième raison pour laquelle il n'est pas possible de trancher définitivement est que même les calculs "fondamentaux" à savoir les calculs de matrice G ou les calculs variationnels ne sont pas exempts d'approximations qui les rendent discutables. Cependant, il est raisonnable de penser qu'il n'y a pas d'instabilité d'isospin et de spin pour des densités proches de la densité de saturation. Pour être un peu plus quantitatif, on suppose que la limite se situerait vers deux fois la densité de saturation, sinon, il est fort possible que ces transitions auraient été observées lors des collisions d'ions lourds.

L'utilisation des forces s'arrête aux régions d'instabilité car nous ne pensons pas que nos forces effectives sont capables de décrire les systèmes nucléaires polarisés.

La très grande variété des densités d'instabilité ferromagnétique ρ_f prédites par l'ensemble des forces de Skyrme pourtant bien contraintes par les équations d'état varia-

tionnelles [Wir88] empêche leur utilisation très au delà de la densité de saturation. Nous garderons tout de même des forces SLy dans la matière très neutronisée. La différence entre les forces SLy230a et SLy230b est que la première permet le processus URCA direct pour des densités $\sim 0.8\text{fm}^{-3}$ (densités atteintes par des étoiles à neutrons de masse $M > 1.95M_\odot$) alors que la seconde l'interdit [Cha97]. Le processus URCA direct a été proposé par Gamow et Schoenberg en 1940 [Gam40] en référence au casino URCA de Rio de Janeiro (réputé gouffre à argent). C'est un processus de refroidissement par émission de neutrinos selon

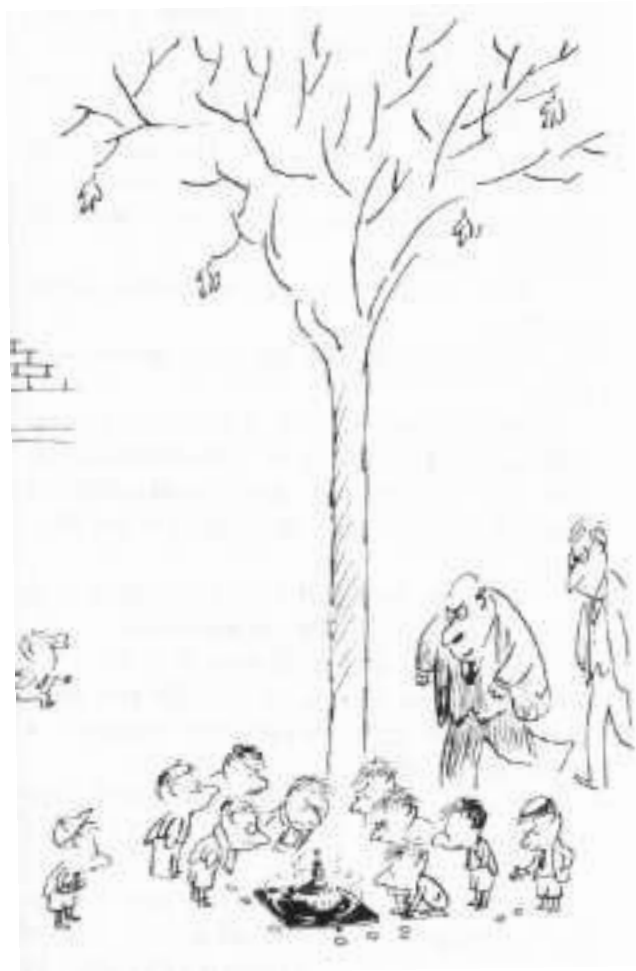
$$p + e^- \rightarrow n + \nu, \quad n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}. \quad (3.27)$$

Cependant, ce processus n'a lieu que si $Y_n^{1/3} < Y_p^{1/3} + Y_l^{1/3}$ (Y_n désigne la fraction de neutrons et $l = e, \mu$). La plupart des équations d'état prédisent des fractions de protons trop faibles pour que ce processus ait lieu [Lat91]. Il est donc intéressant de garder les deux forces SLy230a et SLy230b par la suite.

Les forces D1 et D1S ne peuvent être utilisées dans la matière asymétrique à cause de leur très mauvaise reproduction de l'équation d'état de la matière de neutrons. Par contre, la force D1P reproduit très bien l'équation d'état et présente une instabilité ferromagnétique au delà des densités qui nous intéressent. Il lui reste encore à être utilisée de façon extensive dans les calculs des propriétés des noyaux mais son ajustement fin ne risque pas de modifier considérablement nos résultats.

Deuxième Partie

Réponses du système



Sempé-Goscinny, Le petit Nicolas

Chapitre 4

Fonctions de réponse avec une force effective de Skyrme

*D*ans ce chapitre, nous allons discuter la réponse du système dans le cas d'un gaz de Fermi libre, d'un liquide à l'approximation Hartree-Fock, et d'un liquide où les corrélations RPA sont prises en compte. Nous avons discuté les conditions de stabilité dans la partie I où nous avons remarqué que les énergies d'asymétrie et les susceptibilités s'écrivent en fonction des paramètres de Landau, qui sont en fait les paramètres de l'interaction résiduelle. Nous verrons dans ce chapitre la relation entre les instabilités et la fonction de réponse. Ce lien ne peut être établi que si l'équation d'état et l'interaction résiduelle sont calculés avec la même force. C'est pour cela qu'il est très important d'effectuer un calcul consistant.

4.1 Théorie de la réponse linéaire

Pour la suite de cet exposé, nous allons présenter les outils indispensables de la théorie de la réponse linéaire non-relativiste [Fet71, Vau96, Rin80].

Les neutrinos se couplent à la matière nucléaire par l'échange d'un des bosons de l'interaction faible : le Z^0 pour la diffusion, le W^\pm pour l'absorption. La figure (4.1) établit les notations que nous utiliserons dans la suite de cet exposé. Les nucléons ont les labels 2 (nucléon incident) et 4 (nucléon sortant). Dans la voie de courant neutre, le neutrino incident 1 est diffusé et les nucléons 2 et 4 ont même charge d'isospin alors que dans la voie de courant chargé, le neutrino incident 1 est absorbé (q_3 est le moment d'un lepton sortant) et les charges des nucléons 2 et 4 sont différentes.

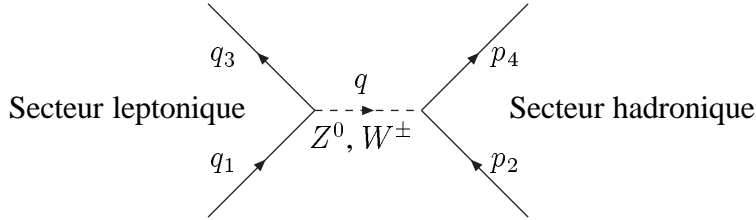


FIG. 4.1: Les deux processus élémentaires de diffusion de neutrinos à une boucle. Les moments p_i sont les moments initiaux et finaux des nucléons $i = 2, 4$. Les bosons de jauge massifs W^\pm et Z^0 transportent le moment q . Le moment du neutrino entrant est q_1 , celui du neutrino ou du lepton émergeant est q_3 .

En interagissant avec la matière, les neutrinos excitent des phonons de différents types selon qu'ils portent ou non un degré de liberté de spin et/ou d'isospin. Nous nous intéressons à la réponse à différents champs externes qui s'écrivent :

$$\mathcal{Q}_{(S)} = \sum_j \varphi(q_j, x_j) \Theta_{(S)}^j \quad (4.1)$$

où la somme est effectuée sur tous les fermions et S désigne le spin de l'excitation. Dans le canal de diffusion $\Theta_{(S)}$ est l'un des opérateurs suivant : 1 si $S = 0$, σ_z si $S = 1$, et dans le canal d'échange de charge l'opérateur $\Theta_{(S)}$ est soit τ^\pm si $S = 0$, soit $\sigma_z \tau^\pm$ si $S = 1$. Les opérateurs τ^\pm sont les opérateurs habituels augmentant ou diminuant la troisième composante de l'isospin. Dans la matière, la perturbation se propage comme une onde plane et $\varphi(q, x) = \epsilon e^{i\omega t - \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}}$ où ϵ est l'amplitude du champ.

La fonction de structure à température finie $\mathcal{S}^{(S)}(q, T)$ (où S désigne le spin) est reliée à la partie imaginaire de la susceptibilité $\chi(q, T)$ selon (g est la dégénérescence) [Cho90]

$$\mathcal{S}^{(S)}(q, T) = -\frac{g}{\pi} \frac{1}{1 - e^{-(\mathbf{Q}_0 + \mu)/T}} \text{Im} \chi^{(S)}(q, T) \quad (4.2)$$

où $\hat{\mu} = \mu_2 - \mu_4$, c'est à dire 0 pour la diffusion et $\mu_n - \mu_p$ pour l'échange d'un boson d'interaction faible W_+ .

La fonction thermique $[1 - \exp(-(q_0 + \hat{\mu})/T)]^{-1}$ a l'allure d'une marche d'escalier sauf autour de $q_0 = -\hat{\mu}$ où elle diverge comme $1/(q_0 + \hat{\mu})$. Comme la partie imaginaire de la susceptibilité se comporte comme $q_0 + \hat{\mu}$ autour de l'origine des énergies, la fonction de structure ne manifeste pas de divergence. La fonction thermique met en évidence une partie de l'effet de la température : la contribution des énergies négatives. Cela signifie que la sonde reçoit de l'énergie du système, ce qui n'est possible qu'à température finie car le système est dans une superposition d'états excités. A température nulle, comme le système est dans l'état de plus basse énergie, il ne peut pas fournir d'énergie à la sonde et seules les énergies positives sont autorisées.

Le propagateur particule-trou corrélé $G_{\text{RPA}}^{(S)}$ est donné par une équation intégrale du type Bethe-Salpeter [Rin80] dans laquelle interviennent le propagateur particule-trou libre G_0 et l'interaction résiduelle particule-trou $V_{ph}^{(S)}$. Dans le cas de la température nulle, le propagateur libre G_0 s'exprime en fonction du propagateur d'une particule $G(q)$ comme

$$G_0(q_3, q) = -iG(q_3)G(q + q_3) \quad (4.3)$$

$$G(q) = \frac{\Theta(\mathbf{q} - k_F)}{q_0 - E_{\mathbf{q}} + i\eta} + \frac{\Theta(k_F - \mathbf{q})}{q_0 - E_{\mathbf{q}} - i\eta} \quad (4.4)$$

où Θ est la fonction de Heaviside. A température finie Θ est remplacée par la distribution de Fermi-Dirac. On déduit la susceptibilité corrélée et la susceptibilité libre selon

$$\chi^{(S)}(q, T) = \int \frac{d^4 q_3}{(2\pi)^4} G_{\text{RPA}}^{(S)}(q_3, q) \quad (4.5)$$

$$\chi_0(q, T) = \int \frac{d^4 q_3}{(2\pi)^4} G_0(q_3, q) \quad (4.6)$$

On peut transformer l'équation intégrale de Bethe-Salpeter pour le propagateur G_{RPA} en une équation intégrale pour l'interaction résiduelle induite \tilde{V}_{ph} [Gar92, Nav99]. On obtient ainsi :

$$\chi^{(S)}(q, T) = \chi_0(q, T) + \int \frac{d^4 q_3}{(2\pi)^4} \frac{d^4 q_4}{(2\pi)^4} G_0(q_3, q) \tilde{V}_{ph}^{(S)}(\mathbf{q}_3, \mathbf{q}_4; q) G_0(q_4, q) \quad (4.7)$$

où l'interaction résiduelle induite \tilde{V}_{ph} satisfait à l'équation intégrale :

$$\tilde{V}_{ph}^{(S)}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, q) = V_{ph}^{(S)}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, q) + \int \frac{d^4 q_3}{(2\pi)^4} V_{ph}^{(S)}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_3, q) G_0(q_3, q) \tilde{V}_{ph}^{(S)}(\mathbf{q}_3, \mathbf{q}_2, q) \quad (4.8)$$

De cette façon, la solution de l'équation intégrale (4.8) dépend de la structure algébrique de l'interaction résiduelle. Par exemple, il a été montré que la structure très simple de l'interaction particule-trou résiduelle de Skyrme permet de résoudre exactement cette équation intégrale [Gar92].

Dans son régime stationnaire, l'état d'un système soumis à une perturbation extérieure de la forme (4.1) oscille avec la même période que le champ exciteur. Au premier ordre, la susceptibilité dans un canal donné (par exemple $S=0$ correspond aux fluctuations de densité) est alors donnée par l'amplitude de la fluctuation de l'observable dans le même canal normalisée à l'amplitude du champ exciteur :

$$\chi^{(S)}(q, T) = \frac{\delta \langle Q_{(S)} \rangle}{\delta \varphi} \quad (4.9)$$

On montre que définie de cette façon, la susceptibilité satisfait à l'équation intégrale (4.7). Ainsi, si la fréquence du champ exciteur correspond à un mode propre du système, la réponse aura un pic de résonance. Dans un système à N-corps, les pics de la susceptibilité manifestent la présence de modes collectifs, c'est à dire d'oscillations en phase de l'ensemble des particules. La mesure expérimentale de ces modes dans les noyaux révèlent donc la structure de l'interaction nucléaire.

Dans la suite, nous allons étudier l'effet du champ moyen et des corrélations sur la fonction de structure. Nous commencerons par l'étude de la fonction de Lindhard qui est la réponse du milieu sans interaction, puis, nous incluerons les corrélations à l'approximation Hartree-Fock, et enfin, nous présenterons le calcul de la fonction de réponse RPA.

4.2 Réponse d'un gaz de Fermi libre

Dans le cas d'un gaz de Fermi libre, on ne prend en compte aucune corrélation dynamique entre les nucléons : ni champ moyen, ni interaction résiduelle particule-trou. Il n'y a que les corrélations statiques liées au principe de Pauli. L'usage veut qu'on appelle fonction de Lindhard cette susceptibilité. A partir de l'expression (4.6), on montre que $\chi_0(q, T)$ s'écrit

$$\begin{aligned} \chi_0(q, T) &= \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} f(E_{\mathbf{k}}) [1 - f(E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}})] \left(\frac{1}{q_0 - E_{\mathbf{k}\mathbf{q}} + i\epsilon} - \frac{1}{q_0 + E_{\mathbf{k}\mathbf{q}} + i\eta} \right) \\ &= \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{f(E_{\mathbf{k}}) - f(E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}})}{q_0 - E_{\mathbf{k}\mathbf{q}} + i\eta} \end{aligned} \quad (4.10)$$

où $E_{\mathbf{k}\mathbf{q}} = E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - E_{\mathbf{k}}$, et $E_{\mathbf{k}}$ est l'énergie d'une particule de moment \mathbf{k} et de masse m , elle est purement cinétique et s'écrit de façon très générale

$$E_{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m} + \text{constante} \quad (4.11)$$

où la constante signifie que l'énergie est arbitraire. On prend généralement cette constante égale à zéro. La partie imaginaire est alors

$$\text{Im } \chi_0(q, T) = -\pi \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} (f(E_{\mathbf{k}}) - f(E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}})) \delta(q_0 - E_{\mathbf{k}\mathbf{q}}) \quad (4.12)$$

La symétrie cylindrique réduit l'intégration à une intégration angulaire sur l'angle θ entre \mathbf{k} et \mathbf{q} et une intégration sur le moment \mathbf{k} . La fonction δ permet d'effectuer l'intégration angulaire et l'intégration sur \mathbf{k} devient triviale. On obtient

$$\mathcal{Im} \chi_0(q, T) = -\frac{m^2}{4\pi q} T \log \frac{1 + e^{\beta(A+\mathbf{q}_0/2)}}{1 + e^{\beta(A-\mathbf{q}_0/2)}} \quad (4.13)$$

où l'on a écrit

$$A = \mu - \frac{m}{2} \left(\frac{q_0}{q} \right)^2 - \frac{q^2}{8m}. \quad (4.14)$$

La figure (4.2) montre la correspondance entre l'intégrand et la partie imaginaire de $\chi_0(q, T)$. On fait le changement de variable $q'_0 = q_0/(q/m)$ et les points q'^{\pm}_0 sont donnés graphiquement, $q'^{\pm}_0 = k_F \pm q/2$. On en déduit alors que $q_0^{\pm} = qk_F/m \pm q^2/2m$.

La relation de dispersion est souvent utilisée dans les calculs numériques de la partie réelle de la susceptibilité. Cependant, la présence de deux pôles à température finie rend ce calcul un peu délicat. Nous utilisons une méthode [Bra95] qui conduit à une intégration sans pôle mais qui nécessite de connaître la partie réelle à température nulle (généralement analytique). D'après (4.10), la partie réelle de $\chi_0(q, T)$ s'exprime comme

$$\begin{aligned} \mathcal{Re} \chi_0(q, T) &= \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{f(E_{\mathbf{k}}) - f(E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}})}{q_0 - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} + E_{\mathbf{k}}} \\ &= \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{1}{q_0 - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} + E_{\mathbf{k}}} \int_0^\infty df(E') \left(\Theta(E' - E_{\mathbf{k}}) - \Theta(E' - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}) \right) \\ &= - \int_0^\infty df(E') \mathcal{Re} \chi_0(q, T=0, \mu = E') \end{aligned} \quad (4.15)$$

où nous avons utilisé le fait qu'il existe une relation biunivoque entre $f(E')$ et E' car $f(E')$ est une fonction strictement décroissante. On montre que cette relation est aussi vérifiée par la partie imaginaire de la susceptibilité. On obtient alors la relation suivante :

$$\chi_0(q, T) = - \int_0^\infty df(E) \chi_0(q, T=0, \mu = E) \quad (4.16)$$

Cette relation signifie que la susceptibilité à température finie correspond à une distribution de susceptibilités à température nulle avec comme coefficient de pondération $df(E)$.

On montre qu'à température nulle et pour $q_0 = 0$, la susceptibilité prend une valeur indépendante du moment transféré et égale à :

$$\chi_0(q_0 = 0, q, T=0) = -\frac{N_0}{g} \quad (4.17)$$

4.3 Réponse à l'approximation Hartree-Fock

L'approximation Hartree-Fock consiste à prendre en compte les interactions entre les nucléons, mais seulement au niveau du champ moyen qui sera écrit dans l'espace des

impulsions $\mathcal{U}(\mathbf{k})$, où \mathbf{k} est le moment de la particule. Pour l'interaction de Skyrme, le champ moyen contient une dépendance quadratique dans le moment, ce qui revient à définir une masse effective m^* et un champ moyen \mathcal{U} privé de sa dépendance en moment. Dans les pôles du propagateur, c'est l'énergie individuelle Hartree-Fock $E_{\mathbf{k}}^*$ qui intervient. Pour une particule de moment \mathbf{k} et d'isospin q elle s'écrit :

$$E_{\mathbf{k},q}^* = \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m_q^*} + \mathcal{U}_q \quad (4.18)$$

On remarque la ressemblance entre l'énergie individuelle de Skyrme-Hartree-Fock et l'énergie d'une particule libre. Cette définition naturelle de la masse effective n'apparaît par dans le cas d'une interaction de portée finie, comme on le verra au chapitre suivant. Nous allons maintenant utiliser cette ressemblance spécifique des interactions de Skyrme pour calculer la susceptibilité χ_0 dans la voie neutre et dans la voie d'échange de charge.

4.3.1 Voie neutre

La voie neutre correspond à la propagation d'une paire pp^{-1} ou nn^{-1} , et dans ce cas

$$E_{\mathbf{k}\mathbf{q}} = \frac{\hbar^2}{2m_q^*} \left((\mathbf{k} + \mathbf{q})^2 - \mathbf{k}^2 \right)$$

cette quantité est indépendante du champ moyen \mathcal{U} , puisqu'il est le même pour la particule et le trou, tous deux ayant le même isospin. On voit qu'il suffit alors de remplacer la masse m par la masse effective m^* et le potentiel chimique par le potentiel chimique effectif $\mu_q^* = \mu_q - \mathcal{U}_q$ dans l'expression de la fonction de Lindhard (cf éq.4.10) pour obtenir la susceptibilité dans la voie neutre à l'approximation Skyrme-Hartree-Fock.

La figure 4.3 montre les parties imaginaire et réelle de χ_0 en fonction de l'énergie q_0 pour différentes températures ($T=0$ & 20MeV). On remarque que la partie imaginaire est impaire alors que la partie réelle est paire. Dans la suite on ne représentera que les énergies positives.

A cette approximation l'effet des corrélations sur l'énergie transférée q_0 est une homothétie d'un facteur m/m^* , rapport qui est généralement supérieur à 1. Le moment transféré n'est pas modifié. La partie imaginaire de χ_0 est elle aussi modifiée et l'homothétie est environ donnée par le facteur $(m^*/m)^2$ car l'argument du logarithme (équation (4.13) ne dépend pratiquement pas de la masse effective. Pour montrer cela, on pose $\omega = q_0/\mu^*$, alors $A = \mu^* \left[1 - \frac{\mu^* m^*}{2} \left(\frac{\omega}{\bar{q}} \right)^2 - \frac{q^2}{8\mu^* m^*} \right]$. Or, à la densité de saturation, la quantité $\mu^* m^* = \hbar^2 k_F^2 / 2$ ne dépend que de k_F qui est pratiquement identique pour toutes les paramétrisations ($k_F \sim 1.36 \text{ fm}^{-1}$). Nous verrons l'effet de la masse effective dans le calcul du libre parcours moyen.

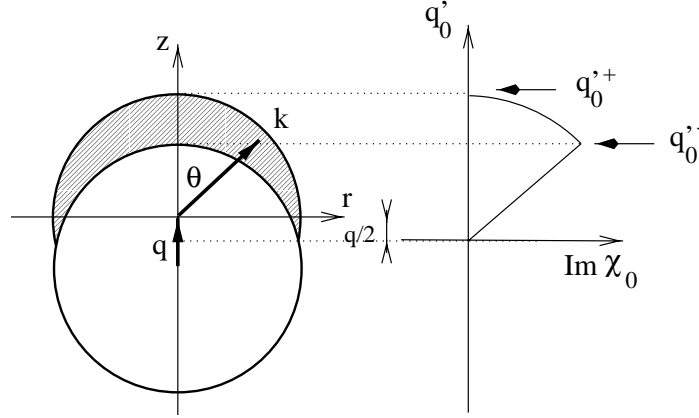


FIG. 4.2: Représentation graphique de l'intégrand permettant de calculer la partie imaginaire de $\chi_0(q, T)$. Correspondance entre l'intégrand et la partie imaginaire. La contribution à l'intégrand est donnée par la partie hachurée.

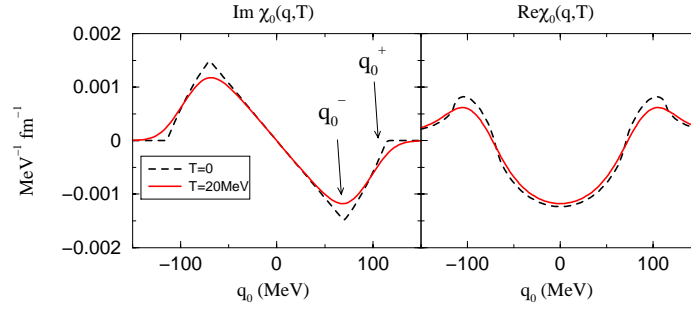


FIG. 4.3: Parties imaginaire et réelle de la fonction de Lindhard $\chi_0(q, T)$ dans la matière de neutrons, en fonction de l'énergie q_0 pour $T = 0$ MeV (trait tiret) et $T = 20$ MeV (trait fort). On a fixé $\rho = \rho_0$, $q = k_F/2$, et la force est SLy230b.

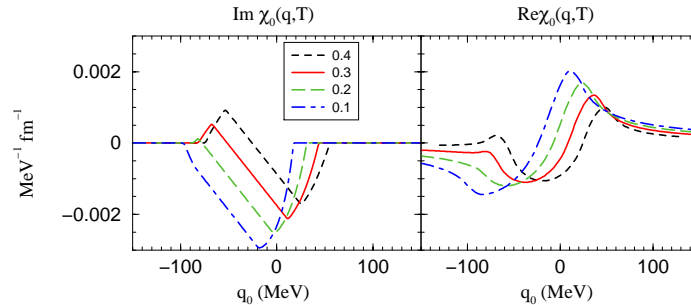


FIG. 4.4: Parties imaginaire et réelle de la susceptibilité $\chi_0(q, T)$ dans la voie pn^{-1} en fonction de l'énergie q_0 pour différentes asymétries. La fraction protonique $X_p = \rho_p/\rho$ est indiquée pour chacune des courbes. On a fixé $\rho = \rho_0$, $q = k_F/2$, $T = 0$ et utilisé la force SLy230b.

4.3.2 Voie d'échange de charge

La voie d'échange de charge correspond à la propagation d'une paire pn^{-1} ($\chi_0^+(q, T)$) ou np^{-1} ($\chi_0^-(q, T)$). Nous allons discuter la voie pn^{-1} dans la suite car c'est le processus qui domine dans la matière très fortement neutronisée. Toutes les expressions de la voie np^{-1} pourront être déduites en échangeant les indices n et p .

On montre que la susceptibilité est maintenant définie comme [Her99]

$$\begin{aligned}\chi_0^+(q, T) &= \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} f_n(\mathbf{k}) \left(1 - f_p(\mathbf{k} + \mathbf{q})\right) \left[\frac{1}{q_0 - E_{\mathbf{k}\mathbf{q}}^{np} + i\epsilon} + \frac{1}{q_0 - E_{\mathbf{k}\mathbf{q}}^{np} - i\epsilon} \right] \\ &= \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \left(f_n(\mathbf{k}) - f_p(\mathbf{k} + \mathbf{q})\right) \frac{1}{q_0 - E_{\mathbf{k}\mathbf{q}}^{np} + i\epsilon}\end{aligned}\quad (4.19)$$

où $E_{\mathbf{k}\mathbf{q}}^{np} = E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^p - E_{\mathbf{k}}^n$. La susceptibilité $\chi_0^-(q, T)$ se déduit de $\chi_0^+(q, T)$ par l'échange des indices n et p . De la même façon que nous l'avons montré pour la voie neutre, nous obtenons

$$\begin{aligned}\mathcal{Im} \chi_0^+(q, T) &= -\frac{m_n^* m_p^*}{4\pi q} T (\mathcal{Y}^+ - \mathcal{Y}^-) \Theta(\Delta) \\ \mathcal{Y}^\pm &= \log \frac{1 + e^{-\beta(E^\pm - \mu_n^*)}}{1 + e^{-\beta(E^\pm + q_0 - \mu_p^*)}}\end{aligned}\quad (4.20)$$

avec

$$\begin{aligned}E^\pm &= \frac{q^2 m_n^*}{2\delta m^{*2}} \left(1 \pm \sqrt{\Delta}\right)^2, & \Delta &= 1 - \frac{2\delta m^* k_p}{q m_n^*}, \\ k_p &= m_p^* \tilde{q}_0 / q - q/2, & \tilde{q}_0 &= q_0 + \mathcal{U}_n - \mathcal{U}_p, & \delta m^* &= m_p^* - m_n^*\end{aligned}$$

On représente sur la figure (4.4) les parties imaginaire et réelle de la susceptibilité χ_0 pour différentes asymétries. L'effet de l'asymétrie est de traduire la susceptibilité χ_0 de telle façon que la partie imaginaire s'annule pour $q_0 = -\hat{\mu}$. Pour la force SLy230b, $\delta m^* < 0$ si $X_p < 0.5$ et la partie imaginaire de χ_0 est tronquée (borne inférieure) par la condition $\Delta > 0$. L'asymétrie de la partie imaginaire par rapport à $-\hat{\mu}$ implique que la partie réelle ne s'annule plus pour les grandes valeurs de l'énergie.

4.4 Réponse RPA

L'approximation des phases aléatoires (où selon l'abréviation anglaise consacrée RPA) décrit les excitations collectives comme un déplacement cohérent induit par l'interaction résiduelle particule-trou (les fluctuations autour du champ moyen). Cette interaction couple des états de particule (au dessus du niveau de Fermi) à des états de trou (au-dessous du niveau de Fermi).

Il a été montré [Gar92] que pour une interaction de type Skyrme, il est possible de déterminer à température nulle explicitement l'interaction particule-trou induite en incluant

les termes d'échange, et donc, de déterminer analytiquement la susceptibilité RPA de la matière nucléaire symétrique et froide. Puis des études plus systématiques à température finie ont été développées [Bra95, Her96] bénéficiant du fait que la structure algébrique de l'équation intégrale est identique à température finie. Puis, une généralisation a été effectuée dans la matière de neutrons [Nav99], dans la matière asymétrique [Her97b] et enfin pour les processus d'échange de charge [Her99].

Nous allons présenter ce formalisme dans le cas de la matière de neutrons et de la matière asymétrique et discuter les fonctions de structure.

4.4.1 L'interaction résiduelle

En théorie des liquides de Landau l'interaction résiduelle entre quasiparticules, ou encore entre un état de particule et un état de trou, s'obtient de façon générale à partir des variations du deuxième ordre de l'énergie totale par rapport aux densités. Cette interaction s'écrit alors comme la seconde dérivée de la densité d'énergie par rapport à la densité :

$$\langle k_1 k_2 | V_{ph}^{\tau\tau'} | k_3 k_4 \rangle = \frac{1}{\Omega} \frac{\delta^2 \langle V \rangle}{\delta \rho_{k_3 k_1}^{\tau\tau'} \delta \rho_{k_4 k_2}^{\tau'\tau}} \quad (4.21)$$

avec

$$\frac{\langle V \rangle}{\Omega} = \frac{1}{2} \sum_{ijkl} \langle ij | V | kl \rangle_A \rho_{ki}^{\tau_k \tau_i} \rho_{lj}^{\tau_l \tau_j} \quad (4.22)$$

où la notation $\langle V \rangle_A$ signifie que l'élément de matrice d'interaction est antisymétrisé, $i = (\mathbf{k}, \sigma, \tau)$ représente l'impulsion, le spin et l'isospin de l'état individuel i , bien que parfois il soit intéressant d'utiliser une notation redondante, comme dans les formules précédentes, pour distinguer l'isospin. Nous avons écrit ici le cas le plus général, avec des densités non-diagonales. Cette procédure donne directement l'interaction résiduelle incluant les termes d'échange ainsi que les termes de réarrangement lorsque l'interaction initiale V dépend explicitement des densités comme c'est le cas pour les interactions de type Skyrme et Gogny. Notons aussi que dans ces cas, l'élément de matrice (4.21) n'est pas antisymétrique par échange de k_1 et k_2 , ou de k_3 et k_4 . En terme des opérateurs de spin $P^{(S)}$ dans l'espace particule-trou, l'interaction résiduelle s'écrit [Gar92] :

$$V_{ph} = \sum_{(S), \tau\tau'} V^{(S), \tau\tau'} P^{(S)} \quad (4.23)$$

avec $P^{(0)} = 1/2$ et $P^{(1)} = \sigma_1 \sigma_2 / 2$. Dans la matière de neutrons, $\tau = \tau' = n$. Dans un milieu infini, la conservation de l'énergie-impulsion nous permet d'écrire l'interaction V_{ph} dans l'espace des impulsions comme

$$\langle q + q_1, q_2 | V^{(S), \tau\tau'} | q_1, q' + q_2 \rangle = V^{(S), \tau\tau'}(q_1, q_2; q) (2\pi)^4 \delta^{(4)}(q - q') \quad (4.24)$$

avec les notations explicites de la figure 4.5. Dans le cas d'une interaction de portée finie, le terme direct de l'interaction résiduelle ne dépend que du moment transféré q , tandis que le terme d'échange ne dépend que de la différence des moments $q_1 - q_2$. Les choses vont autrement avec une interaction de type Skyrme. Dans ce cas, l'interaction résiduelle

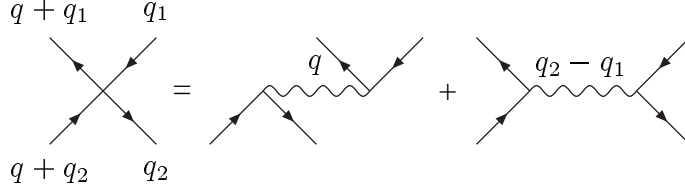


FIG. 4.5: Terme direct et d'échange de l'interaction particule-trou

peut s'écrire de façon générale comme la somme d'un terme W_1 dépendant de q et d'un terme W_2 dont la dépendance en $q_2 - q_1$ peut se factoriser

$$V^{(S),\tau\tau'}(q_1, q_2; q) = W_1^{(S),\tau\tau'}(q) + W_2^{(S),\tau\tau'}(q_2 - q_1)^2 \quad (4.25)$$

les termes $W_1^{(S)}(q)$ et $W_2^{(S)}$ dépendant des paramètres de l'interaction. Notons que pour l'interaction de Skyrme la dépendance en $q_2 - q_1$ provient exclusivement de la dépendance en moment de l'interaction. Les termes W_1 et W_2 contiennent tous les deux une contribution des termes directs et d'échange, contrairement au cas d'une interaction de portée finie. Les termes W_i dans la matière de neutrons pour l'interaction entre neutrons sont donnés dans la référence [Nav99], dans la matière asymétrique pour l'interaction entre neutrons, protons et neutrons-protons sont donnés dans la référence [Her97b], et enfin, dans la voie d'échange de charge, ils sont donnés dans la référence [Her99].

Nous allons maintenant présenter une approximation usuelle de l'interaction résiduelle : la limite de Landau consiste à mettre les particules 1 et 2 sur leur niveau de Fermi ($q_1 = k_{F,1}$ et $q_2 = k_{F,2}$) et aussi à prendre la limite $q, q_0 \rightarrow 0$. L'interaction résiduelle s'écrit alors

$$\begin{aligned} V_{\text{Landau}}^{(S)} &= V^{(S)}(k_{F,1}, k_{F,2}; 0) \\ &= W_1^{(S)}(0) + W_2^{(S)}(k_{F,1}^2 + k_{F,2}^2) - 2W_2^{(S)}k_{F,1}k_{F,2}\cos\theta_{12} \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$= g(f_0^{(S)} + f_1^{(S)}\cos\theta_{12}) \quad (4.27)$$

où l'on a utilisé une notation particulière pour les paramètres de Landau : $f_l^{(0)}$ correspond au paramètre f_l et $f_l^{(1)}$ au paramètre g_l (l moment angulaire). Par la suite, on appellera cette interaction l'interaction de Landau pour la force de Skyrme correspondante. On appellera réponse RPA la solution de l'équation intégrale contenant l'interaction complète (4.25) et réponse RPA-Landau la solution avec l'interaction de Landau.

4.4.2 Réponse dans le cas de la diffusion dans la matière de neutrons pure

Dans la référence [Gar92], il a été montré que pour la classe des interactions de portée nulle ayant des termes de vitesse dont fait partie l'interaction de Skyrme, la solution de l'équation intégrale de la RPA peut être obtenue en terme des fonctions de Lindhard généralisées. La susceptibilité dynamique prend la forme :

$$\chi^{(S)}(q, T) = \frac{\chi_0(q, T)}{D^{(S)}(q, T)} \quad (4.28)$$

où le dénominateur $D^{(S)}(q, T)$ est la fonction diélectrique qui s'écrit

$$\begin{aligned} D^{(S)}(q, T) = & 1 - W_1^{(S)}(q)\chi_0 + 2W_2^{(S)}\left[\frac{q^2}{4} - \left(\frac{q_0 m^*}{q}\right)^2 \frac{1}{1 - \frac{1}{3}N_0 k_F^2 W_2^{(S)}}\right]\chi_0 \\ & - 2k_F^2 W_2^{(S)}\chi_2 + \left(k_F^2 W_2^{(S)}\right)^2 \left[\chi_2^2 - \chi_0\chi_4 + \left(\frac{q_0 m^*}{k_F^2}\right)^2 \chi_0^2 - \frac{1}{6}N_0\left(\frac{q}{k_F}\right)^2 \chi_0\right] \end{aligned} \quad (4.29)$$

Les susceptibilités généralisées par unité de volume Ω sont définies de la façon suivante

$$\begin{aligned} \chi_{2i}(q, T) = & \frac{1}{\Omega} \sum_k \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\mathbf{k}}{k_F}\right)^{2i} + \left(\frac{\mathbf{k} + \mathbf{q}}{k_F}\right)^{2i} \right] [1 - f(\mathbf{k} + \mathbf{q})] f(\mathbf{k}) \\ & \left(\frac{1}{q_0 - E_{\mathbf{kq}} + i\eta} - \frac{1}{q_0 + E_{\mathbf{kq}} + i\eta} \right) \end{aligned} \quad (4.30)$$

On trouvera leurs expressions analytiques dans l'annexe D.

On représente sur les figures (4.6) et (4.7) les parties réelles et imaginaires des susceptibilités généralisées χ_{2i} en fonction de l'énergie q_0 pour un moment transféré q et une température fixés. On a choisi $q = k_F$ et $T = 0$ pour la figure (4.6) et $q = k_F/2$ et $T = 10\text{MeV}$ pour la figure (4.7). En comparant ces figures, on remarque l'influence de la température sur la susceptibilité : les points anguleux des parties imaginaires sont remplacés par un comportement plus doux, les maxima des parties imaginaires sont un peu plus grands alors que les maxima des parties réelles sont un peu plus petits. La comparaison de ces deux figures montre aussi que quand q diminue, les courbes des susceptibilités généralisées se rapprochent. En fait on peut montrer qu'à la limite des petits moments q , on retrouve la RPA-Landau et la fonction diélectrique s'écrit

$$D_{\text{RPA-Landau}}^{(S)}(q, T) = 1 - V_{\text{Landau}}^{(S)}\chi_0(q, T) \quad (4.31)$$

$$V_{\text{Landau}}^{(S)}/g = f_0^{(S)} + \frac{f_1^{(S)}}{1 + f_1^{(S)}/3} \left(\frac{q_0 m^*}{q k_F}\right)^2 \quad (4.32)$$

où les paramètres de Landau $f_0^{(S)}$ et $f_1^{(S)}$ ont été introduits en (4.27).

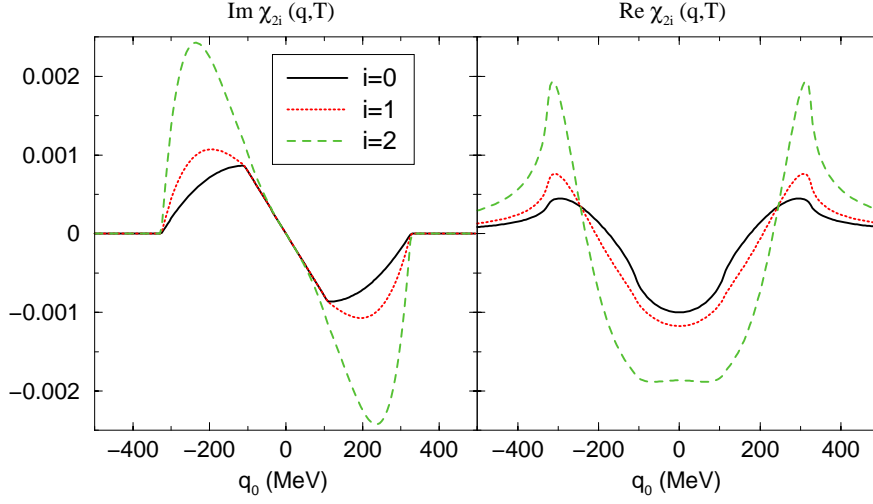


FIG. 4.6: Susceptibilités généralisées à $T=0$ et $q = k_F$ dans la matière de neutrons à $\rho = \rho_0$. La force est SLy230a.

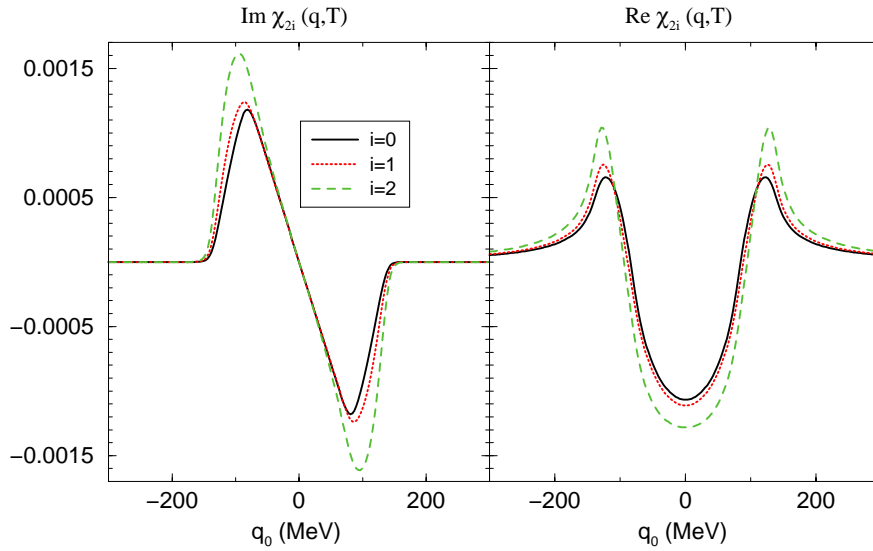


FIG. 4.7: Susceptibilités généralisées à $T=10\text{MeV}$ et $q = k_F/2$ dans la matière de neutrons à $\rho = \rho_0$. La force est SLy230a.

Sur les figures (4.8) et (4.9) sont représentées les fonctions de structure $\mathcal{S}^{(0)}(q, T)$ et $\mathcal{S}^{(1)}(q, T)$ calculées avec les approximations suivantes : HF, RPA-Landau monopolaire (c'est à dire en prenant les paramètres dipolaires $f_1^{(S)} = 0$ dans l'expression (4.31)), RPA-Landau et RPA. La contribution du terme dipolaire est non négligeable. C'est lui qui contient la dépendance en énergie et en moment de l'interaction résiduelle. Cette dépendance est très importante comme le montre la figure (4.10). On a représenté sur cette figure l'interaction-Landau monopolaire (trait continu) et l'interaction-Landau (trait tiret). Dans la RPA-Landau monopolaire on a négligé la dépendance en énergie de l'interaction résiduelle qui reste constante et négative. Par contre, la RPA-Landau montre une inversion de signe de l'interaction résiduelle. La RPA Landau reproduit bien la RPA jusqu'à des moments transférés élevés ($q = k_F/3$).

Un son zéro est un mode collectif très piqué autour de q_0^+ qui correspond à l'annulation de la fonction diélectrique $D^{(S)}(q, T)$. Il est plus aisé de discuter la fonction diélectrique donnée par la RPA-Landau, dont la norme s'écrit (cf éq.4.31)

$$|D^{(S)}|^2 = (1 - V^{(S)} \mathcal{R}e \chi_0)^2 + (V^{(S)} \mathcal{I}m \chi_0)^2$$

A température nulle, la partie imaginaire de χ_0 s'annule en q_0^+ . On trouve un son zéro si $\mathcal{R}e \chi_0 = 1/V^{(S)}$. Comme $\mathcal{R}e \chi_0(q_0 = q_0^+) > 0$ (cf fig(4.6)), un son zéro est possible si l'interaction résiduelle dans le canal (S) est positive (interaction répulsive). L'augmentation de température a 2 effets : elle repousse le son zéro vers des énergies plus élevées ($\mathcal{I}m \chi_0(q_0 = q_0^+) \neq 0$) et le son zéro peut disparaître si l'interaction résiduelle n'est pas assez forte (car $\mathcal{R}e \chi_0(q_0 = q_0^+)$ diminue). Ainsi, l'augmentation de la température supprime le son zéro (comme le montre la figure (4.11) dans le canal de spin $S = 1$).

On représente les fonctions de réponse $\mathcal{S}^{(S)}(q, T)$ et les fonctions diélectriques $D^{(S)}(q, T)$ en fonction de l'énergie q_0 dans le canal de spin 0 et 1. La figure 4.12 (4.13) présente les résultats à ρ_0 ($2\rho_0$). On remarque la présence d'un mode collectif à basse énergie dans le canal $S = 0$ (pic $\sim q_0^+/4$) et un mode d'énergie élevée dans le canal $S = 1$ (pic $\sim q_0^+$). La température modifie légèrement les fonctions diélectriques : elle déplace un peu les pics (vers les basses énergies pour $S = 0$, hautes énergies $S = 1$). Par contre, les pics sont nettement élargis.

A $2\rho_0$ (fig 4.13), dans le canal $S = 0$, la largeur du pic est réduite (par rapport à ρ_0), par contre, dans le canal $S = 1$, un mode collectif de très basse énergie est apparu. Il annonce l'instabilité ferromagnétique ($\rho_f = 3.68\rho_0$). Remarquons la présence de deux pics dans la fonction de réponse RPA complète. Ces deux pics révèlent la dépendance en énergie de l'interaction résiduelle car aux faibles énergies, la présence du premier pic dans la région où $\mathcal{R}e \chi < 0$ signifie que l'interaction résiduelle est attractive et le deuxième pic qui se situe dans la région où $\mathcal{R}e \chi > 0$ signifie que l'interaction devient répulsive.

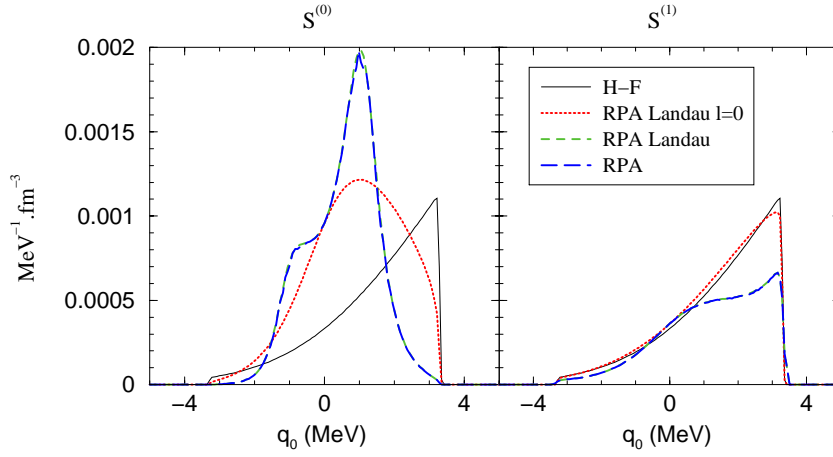


FIG. 4.8: Fonctions de structure dynamique $S^{(0)}$ et $S^{(1)}$ pour $q = k_F/60$ et $T = 1$ MeV. La force est SLy230a. La densité est fixée à la densité de saturation.

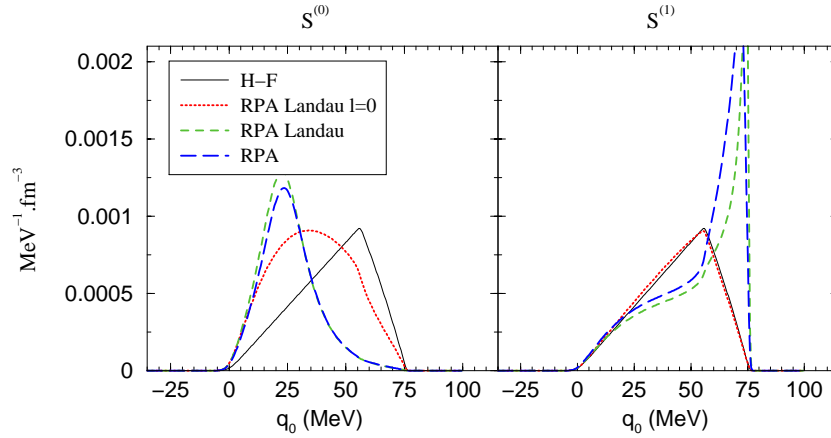


FIG. 4.9: Fonctions de structure dynamique $S^{(0)}$ et $S^{(1)}$ pour $q = k_F/3$ et $T=0$. La force est SLy230a. La densité est fixée à la densité de saturation.

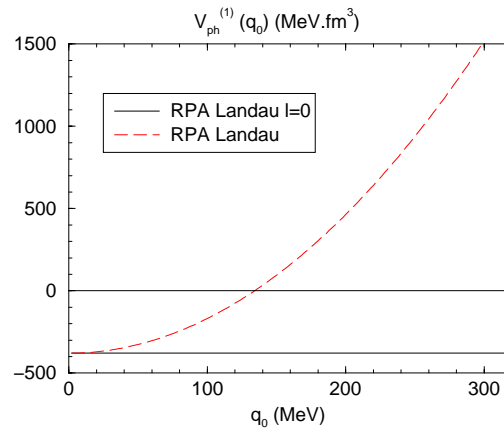


FIG. 4.10: Interaction résiduelle dans le canal $S = 1$ en fonction de l'énergie transférée pour l'interaction-Landau monopolaire (trait fort) et l'interaction-Landau (trait tiret). Résultats pour $q = k_F/2$ et pour la force SLy230b.

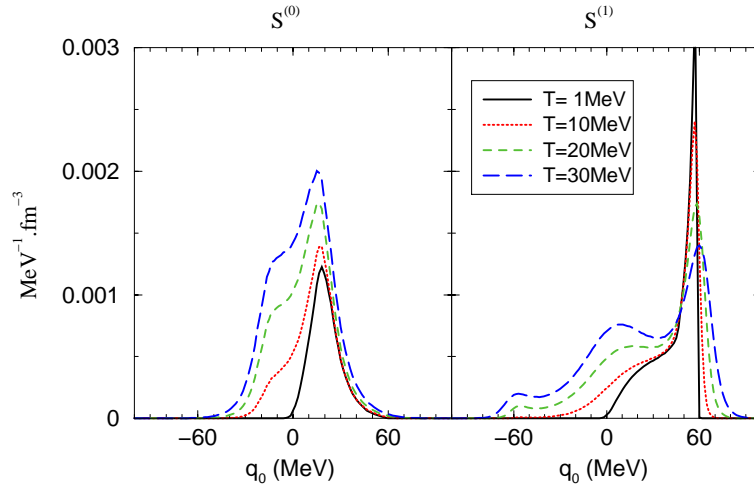


FIG. 4.11: Fonctions de structure dynamique $S^{(0)}$ et $S^{(1)}$ pour $q = 0.1k_F$ et différentes températures. La force est SLy230a. La densité est fixée à la densité de saturation.

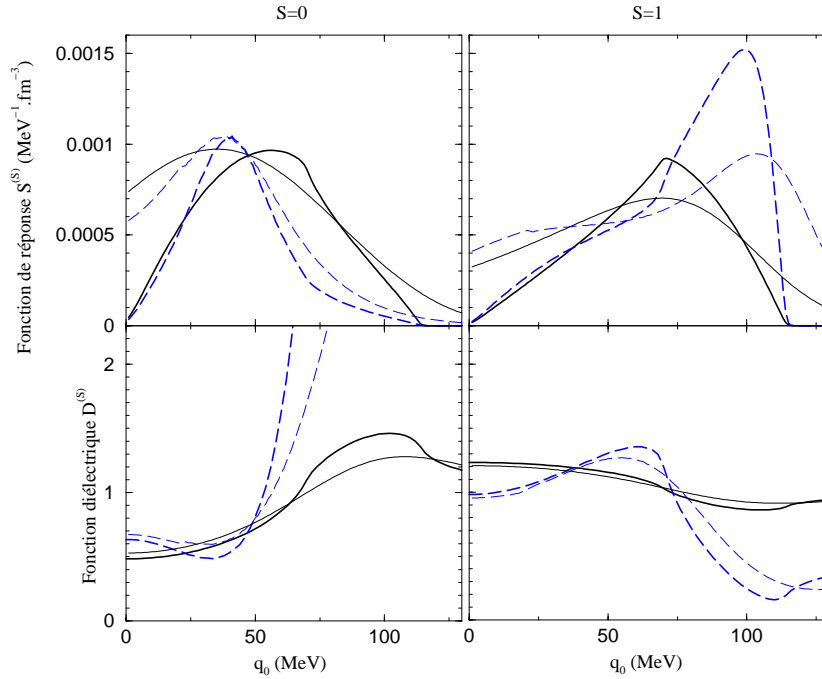


FIG. 4.12: Lien entre la fonction de réponse et la fonction diélectrique calculées à ρ_0 pour $q = k_F/2$ à l'approximation RPA-Landau monopolaire (trait continu) et RPA (trait tiret) dans les canaux de spin $S=0$ et $S=1$ pour la force SLy230b. En traits gras, résultats à $T = 0$ et en traits fins à $T=30\text{MeV}$.

4.4.3 Réponse dans le cas de la diffusion dans la matière asymétrique

Dans la matière asymétrique, on écrit la susceptibilité dans le sous-espace d'isospin

$$\chi_0 = \begin{pmatrix} \chi_0^n & 0 \\ 0 & \chi_0^p \end{pmatrix} ; \chi^{(S)} = \begin{pmatrix} \chi_{nn}^{(S)} & \chi_{np}^{(S)} \\ \chi_{pn}^{(S)} & \chi_{pp}^{(S)} \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

et l'interaction résiduelle

$$V^{(S)} = \begin{pmatrix} V_{nn}^{(S)} & V_{np}^{(S)} \\ V_{pn}^{(S)} & V_{pp}^{(S)} \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

où la notation V_{np} signifie $V_{nn^{-1},pp^{-1}}$, etc ... Pour le calcul du libre parcours moyen, on verra dans le chapitre 7 qu'il est suffisant de tronquer l'interaction aux termes monopolaires. Alors $V_{\tau\tau'}^{(S)} = g f_0^{\tau\tau',(S)}$ et l'équation de Bethe et Salpeter pour $\chi^{(S)}$ s'écrit

$$\chi^{(S)} = \chi_0 + \chi_0 V^{(S)} \chi^{(S)} \quad (4.35)$$

dont la solution est obtenue en inversant le système matriciel :

$$\chi^{(S)} = \frac{1}{D^S} \begin{pmatrix} (1 - V_{nn}^{(S)} \chi_0^n) \chi_0^p & V_{np}^{(S)} \chi_0^n \chi_0^p \\ V_{pn}^{(S)} \chi_0^p \chi_0^n & (1 - V_{pp}^{(S)} \chi_0^p) \chi_0^n \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

avec la fonction diélectrique

$$D^{(S)}(q, T) = (1 - V_{nn}^{(S)} \chi_0^n)(1 - V_{pp}^{(S)} \chi_0^p) - V_{np}^{(S)2} \chi_0^n \chi_0^p \quad (4.37)$$

Pour écrire la réponse, on doit contracter la matrice des susceptibilités avec le vecteur constitué des constantes de couplages entre les neutrinos et les nucléons. Les valeurs de ces constantes sont données dans le chapitre 7. La réponse dynamique s'écrit alors

$$\mathcal{S}^{(S)}(q, T) = -\frac{1}{\pi} \frac{1}{1 - e^{-\mathbf{q}_0/T}} \mathcal{Im} \begin{pmatrix} c_n^{(S)} & c_p^{(S)} \end{pmatrix} \chi^{(S)}(q, T) \begin{pmatrix} c_n^{(S)} \\ c_p^{(S)} \end{pmatrix} \quad (4.38)$$

où les constantes de couplage dans la voie de spin 0 correspondent au couplage vectoriel et dans la voie de spin 1 au couplage axial. Après développement, on obtient

$$\begin{aligned} \mathcal{S}^{(S)}(q, T) = & -\frac{1}{\pi} \frac{1}{1 - e^{-\mathbf{q}_0/T}} \mathcal{Im} \frac{1}{D^S} \left(c_n^{(S)2} (1 - V_{pp}^S \chi_0^p) \chi_0^n + c_p^{(S)2} (1 - V_{nn}^{(S)} \chi_0^n) \chi_0^p \right. \\ & \left. + 2c_p^{(S)} c_n^{(S)} V_{np}^{(S)} \chi_0^n \chi_0^p \right) \end{aligned} \quad (4.39)$$

L'instabilité ferromagnétique

A la limite $T \rightarrow 0$ et $\mathbf{q}_0 \rightarrow 0$, on remarque que la fonction diélectrique $D^{(S)}$ (cf éq.4.37) correspond exactement au déterminant de la susceptibilité statique (cf éq.3.23).

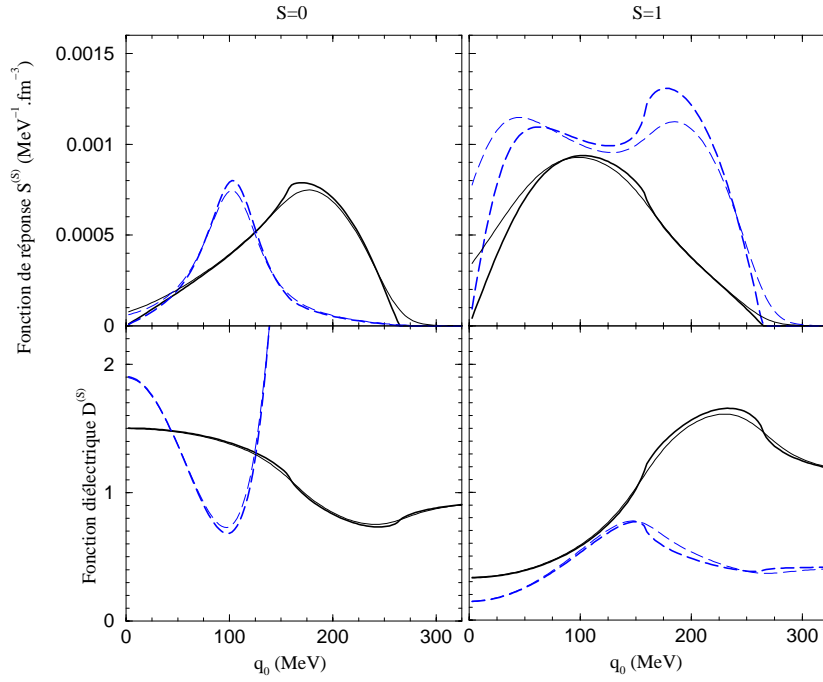


FIG. 4.13: Lien entre la fonction de réponse et la fonction diélectrique calculées à $2\rho_0$ pour $q = k_F/2$ à l'approximation RPA-Landau monopolaire (trait continu) et RPA (trait tiret) dans les canaux de spin $S=0$ et $S=1$ pour la force SLy230b. En traits gras, résultats à $T = 0$ et en traits fins à $T=30\text{MeV}$.

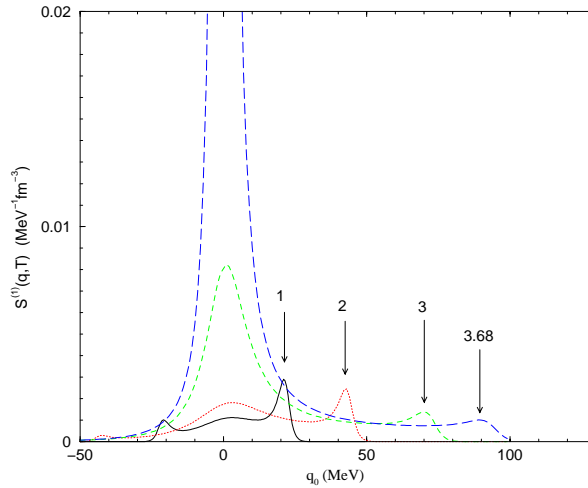


FIG. 4.14: Fonction de réponse pour la diffusion dans le canal de spin $S = 1$. Résultats pour la force SLy230b dans la matière de neutrons, $q/k_F = 0.1\text{MeV}$. Les nombres représentent la densité (en unité de densité de saturation) à laquelle la fonction de réponse est calculée.

L'instabilité ferromagnétique que nous avons décrite dans le chapitre (2) rend aussi la fonction diélectrique instable. La présence d'un mode collectif à basse énergie induit de très grandes fluctuations autour du champ moyen et la fonction de réponse est considérablement amplifiée. On représente sur la figure (4.14) la fonction de réponse dans le canal de spin $S = 1$ pour différentes densités. On constate qu'effectivement, à l'approche de la densité d'instabilité ferromagnétique ($\rho_f = 3.68\rho_0$), la fonction de réponse diverge [Nav99]. On voit se développer un mode collectif à basse énergie quand la densité augmente. L'interaction résiduelle est attractive dans le canal de spin (signe négatif), elle contribue donc à déplacer le pic collectif vers les basses énergies au fur et à mesure que l'interaction augmente.

L'effet de la température sur la densité d'instabilité est très faible. On représente sur la figure (4.15) l'effet de la température sur la densité d'instabilité ferromagnétique. La température repousse l'instabilité à des densités plus élevées car elle agit contre l'alignement des spins. En terme de fonction de réponse, la figure (4.3) montre que quand T augmente, $\mathcal{Re} \chi_0(q = 0, T)$ devient moins négative, donc $1 - V\mathcal{Re} \chi_0$ s'annule pour V plus grand, donc à plus haute densité.

4.4.4 Réponse dans le cas de l'absorption dans la matière asymétrique, canal pn^{-1}

A nouveau, on tronque l'interaction au terme monopolaire et la résolution de l'équation intégrale conduit à la susceptibilité RPA

$$\chi^{(S)}(q, T) = \chi_0(q, T) / D^{(S)}(q, T) \quad (4.40)$$

où le dénominateur $D^{(S)}(q, T)$ s'écrit

$$D^{(S)}(q, T) = 1 - g f_0^{(S)} \chi_0(q, T) \quad (4.41)$$

La figure (4.16) montre la fonction de structure pour différentes fractions protoniques. On remarque que la fonction de structure augmente, s'élargit et se déplace vers la gauche au fur et à mesure que X_p diminue. Pour une fraction protonique X_p comprise entre 0.2 et 0.3 on voit un son zéro très fort dans le canal de spin $S = 0$ qui est détruit en partie pour une fraction protonique plus grande ou plus faible.

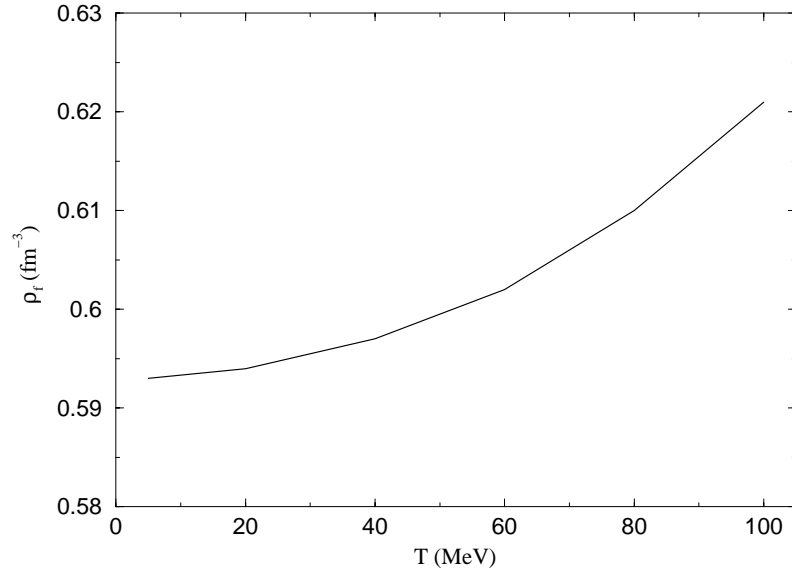


FIG. 4.15: Effet de la température sur la densité de transition. Résultats pour la force SLy230b.

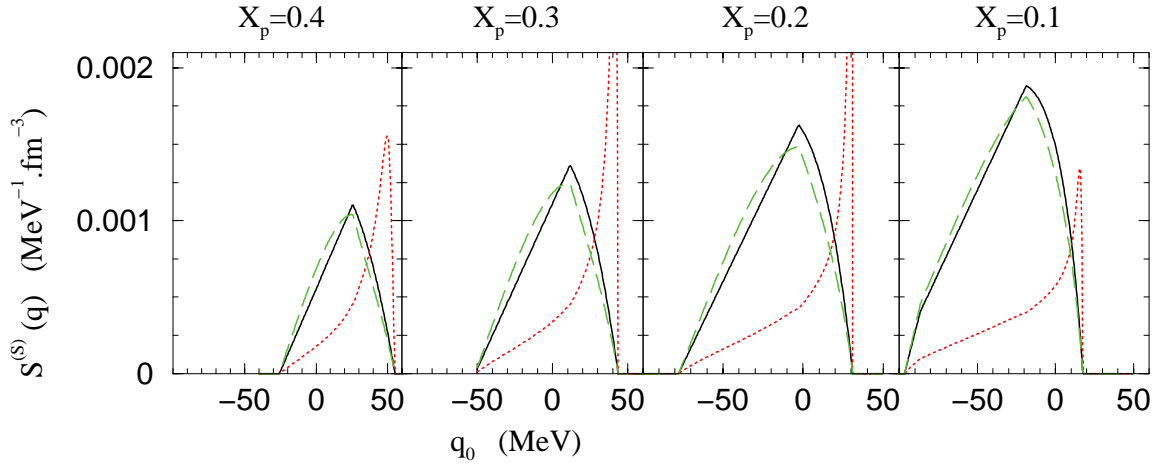


FIG. 4.16: Fonction de structure dans la voie d'échange de charge $S^{(0)}$ et $S^{(1)}$ pour $q = k_F/3$ et $T=0$. La force est SLy230a, à la densité de saturation. Les 4 figures correspondent à quatre fractions protoniques différentes. Réponse HF (trait continu), réponse RPA-Landau monopolaire dans le canal $S = 0$ (pointillés), réponse RPA-Landau monopolaire dans le canal $S = 1$ (tirets)

Chapitre 5

Fonctions de réponse avec une force de Gogny

Nous calculons dans ce chapitre des fonctions de réponse pour l'interaction de Gogny. Nous discutons une approximation du champ Hartree-Fock de Gogny qui conduit à des calculs de fonctions de réponse RPA tout à fait similaires aux calculs que nous avons présentés au chapitre précédent pour des forces de Skyrme dans l'approximation RPA-Landau [Mar01b].

5.1 Réponse à l'approximation Hartree-Fock

Rappelons que la dépendance en moment k du champ moyen de Gogny $\mathcal{U}(k)$ ne se réduit pas à une simple dépendance quadratique, mais c'est plus compliqué (cf éq.2.18) à cause de la portée finie. Le calcul de la susceptibilité χ_0 n'est donc plus aussi simple que dans le cas des forces de type Skyrme pour lesquelles l'énergie individuelle Hartree-Fock pouvait être identifiée à l'énergie d'une particule libre en remplaçant la masse par une masse effective et le potentiel chimique par un potentiel chimique effectif. Pour la force de Gogny, nous devons effectuer un calcul numérique de la susceptibilité Hartree-Fock (cf. éq.4.6). L'intégrand ne dépend pas de l'angle azimuthal et on calcule la partie réelle et la partie imaginaire en effectuant l'intégration sur l'angle θ et sur la norme du moment k . Dans le calcul de la partie imaginaire, il convient de remplacer la distribution $\delta(x)$ par une représentation limite adéquate, que nous avons choisi comme $\exp(-x^2/\lambda^2)/\lambda\sqrt{\pi}$ pour une valeur du paramètre λ suffisamment petite. Dans nos calculs nous avons adopté $\lambda = 1$ MeV et nous avons vérifié que les résultats ne dépendent pas sensiblement de la valeur de λ .

Cependant, le calcul numérique est délicat à cause du traitement des pôles et nécessite un temps machine assez important. Nous avons examiné une approximation valable pour les petits moments k en tirant avantage du fait que le champ moyen de Gogny se comporte comme k^2 près de l'origine comme le montre la figure (5.1). Nous isolons donc la partie quadratique, qui contribue à définir une masse effective, du reste du champ moyen :

$$\frac{\hbar^2}{m^*(k)} = \frac{\hbar^2}{m} + \frac{1}{k} \frac{\partial \mathcal{U}(k)}{\partial k} \quad \text{et} \quad \tilde{\mathcal{U}}(k) = \mathcal{U}(k) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial k} \right) k^2 \quad (5.1)$$

et nous remarquons que $\tilde{\mathcal{U}} = \mathcal{U}(k=0) + O(k^3)$ (donc notre approximation est valable jusqu'à l'ordre 4) et que la masse effective dépend maintenant de k . Nous examinons différents potentiels qui constituent autant d'approximations du champ moyen de Gogny :

$$\mathcal{U}_1 = \mathcal{U}(k=0) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial k} \right) \Big|_k k^2 \quad (5.2)$$

$$\mathcal{U}_2 = \mathcal{U}(k=0) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial k} \right) \Big|_{k=k_F} k^2 \quad (5.3)$$

$$\mathcal{U}_3 = \mathcal{U}(k=0) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial k} \right) \Big|_{k=0} k^2 \quad (5.4)$$

Ces différentes approximations sont représentés sur la figure (5.1) et nous remarquons que le champ moyen \mathcal{U}_2 reproduit très bien le vrai champ moyen de Gogny jusqu'à des moments très élevés ($k \sim 3 \text{ fm}^{-1}$). Nous représentons aussi le terme purement cinétique de l'énergie individuelle ($E_{\text{cinétique}} = \hbar^2 k^2 / 2m$) et nous remarquons qu'aux grands moments pour lesquels \mathcal{U}_2 s'écarte du champ moyen de Gogny, l'énergie cinétique donne la

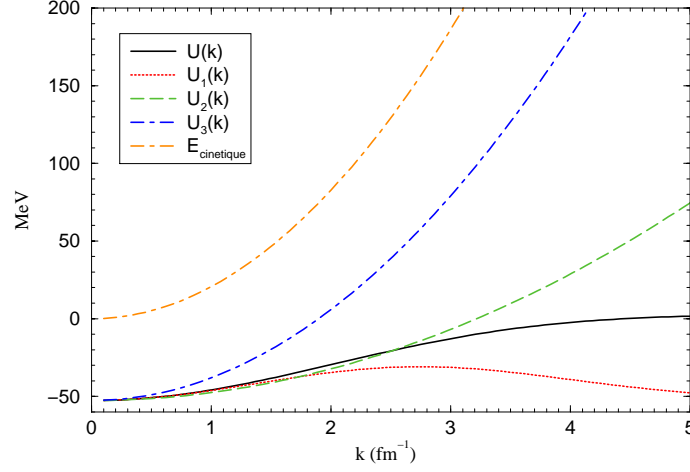


FIG. 5.1: Energies cinétiques de Hartree-Fock, et énergies potentielles calculées dans différentes approximations (eqs.(5.2-5.4). La force est D1.

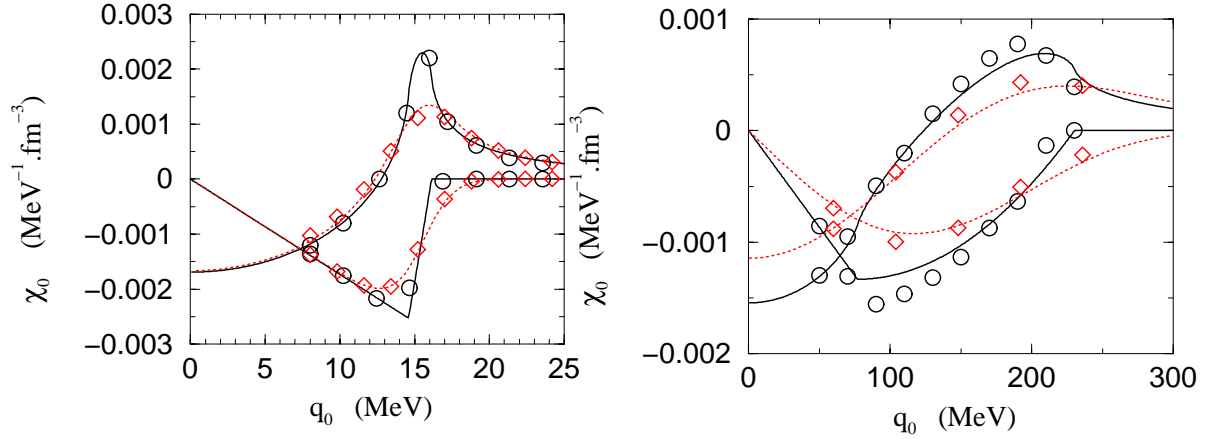


FIG. 5.2: Parties imaginaire (cercles) et réelle (losanges) de χ_0 en fonction de q_0 calculées exactement et avec l'approximation \mathcal{U}_2 (traits). Le graphe de gauche correspond à $q = k_F/10$, le trait fort est calculé à $T=0$ et le pointillé à $T=10$ MeV. Le graphe de droite correspond à $q = k_F$, le trait fort est calculé à $T=0$ et le pointillé à $T=40$ MeV. Ces calculs ont été effectués avec la force de Gogny D1P.

contribution dominante à l'énergie individuelle. Il n'est donc pas très important de bien reproduire le champ moyen aux grands moments et c'est pour cela que cette approximation reste très bonne au delà des limites attendues comme nous le verrons par la suite.

La forme du champ moyen \mathcal{U}_2 permet d'approximer la susceptibilité χ_0 Hartree-Fock exacte χ_0 par une fonction de Lindhard pour laquelle la masse et le potentiel chimique sont remplacés par une masse et un potentiel chimique effectifs, comme dans le cas de Skyrme. Nous comparons sur la figure (5.2) la susceptibilité χ_0 calculée de façon exacte et la susceptibilité calculée avec le champ moyen \mathcal{U}_2 . Comme prévu, pour de faibles valeurs de q (le graphe de gauche correspond à $q = k_F/10$) les deux calculs se superposent exactement, et pour des moments plus élevés (le graphe de droite correspond à $q = k_F$) les deux calculs commencent à s'écarter légèrement mais donnent encore des résultats très proches. Ceci nous permet, pour la suite de cette étude, de calculer très simplement les fonctions de réponse correspondant à des forces de Gogny en utilisant l'approximation \mathcal{U}_2 en même temps que la forme de Landau pour l'interaction particule-trou résiduelle. Ainsi, l'effort numérique est le même que pour des forces de Skyrme.

5.2 Réponse RPA

Nous montrons le calcul de la susceptibilité RPA dans le cadre de l'approximation sus-discutée. Dans la matière nucléaire symétrique, un travail similaire a été effectué dans [Gog77].

5.2.1 Interaction résiduelle

L'interaction résiduelle exacte ne s'écrit pas sous la forme suggérée par l'équation (4.25) mais se décompose sur une base de polynômes de Legendre. Nous ne la traiterons qu'à la limite de Landau, pour laquelle l'interaction se met sous la forme :

$$V_{\text{Landau}}^{(S)} = \sum_l V_{l,\text{Landau}}^{(S)} P_l(\cos \theta) \quad (5.5)$$

L'interaction se décompose sur tous les moments angulaires dans le cas des forces de Gogny, mais on peut penser que les termes monopolaires et dipolaires contiennent l'essentiel de l'interaction. Dans les présents calculs nous ne garderons dans l'interaction résiduelle que les termes monopolaires et dipolaires (les seuls présents dans l'interaction de Skyrme). De plus, en anticipant sur les résultats du chapitre 7, nous verrons que le libre parcours moyen n'est pas très sensible à la forme détaillée des fonctions de réponse RPA. C'est pour cela nous nous pensons qu'il est raisonnable d'effectuer un calcul RPA-Landau avec la force de Gogny pour évaluer les libres parcours moyens des neutrinos. Les paramètres de Landau monopolaires et dipolaires sont donnés dans l'annexe (C).

Ainsi, le calcul des fonctions de réponse RPA se fera en résolvant les mêmes équations que celles de la RPA-Landau présentées au chapitre précédent lors de la discussion des fonctions de réponse avec des forces de Skyrme.

5.2.2 Réponse dans le cas de la diffusion dans la matière de neutrons pure

Nous présentons rapidement une illustration de la méthode mais sans nous attarder à faire une discussion détaillée des résultats. Le calcul des libres parcours moyens des neutrons nécessite d'obtenir un grand nombre de fonctions de réponse correspondant à différents types d'opérateurs d'excitation ($S = 0$ ou 1) et dans des conditions de densité, température et fractions protoniques variées. Ces fonctions de réponse sont utilisées dans le chapitre concernant les libres parcours moyens des neutrons, même si elles ne sont pas détaillées ici.

Nous avons choisi de montrer sur la figure (5.3) les fonctions de structure dans la matière de neutrons pour $q = k_F/3$ et à la densité de saturation ρ_0 calculées avec la force DIP. Le premier panneau montre la réponse d'un gaz de Fermi libre et la réponse Hartree-Fock, toutes deux à $T = 0$. Par comparaison on montre aussi la réponse Hartree-Fock à $T = 10$ MeV. L'effet de la température est d'abaisser l'énergie du pic, et surtout de permettre à la distribution de s'étaler vers les énergies négatives, le système nucléaire donnant alors de l'énergie au champ extérieur et perdant de l'énergie d'excitation.

Les autres panneaux montrent les réponses dans le canal de spin 0 (deuxième panneau) et de spin 1 (troisième panneau). La RPA-Landau monopolaire (trait continu) et la RPA-Landau (pointillés) sont très comparables. On remarque qu'avec la force de Gogny, la contribution du terme dipolaire est beaucoup moins importante que dans le cas de Skyrme. L'effet de la température se retrouve ici encore, en comparant les courbes RPA-Landau à $T = 0$ (pointillés) et $T = 10$ MeV (tirets).

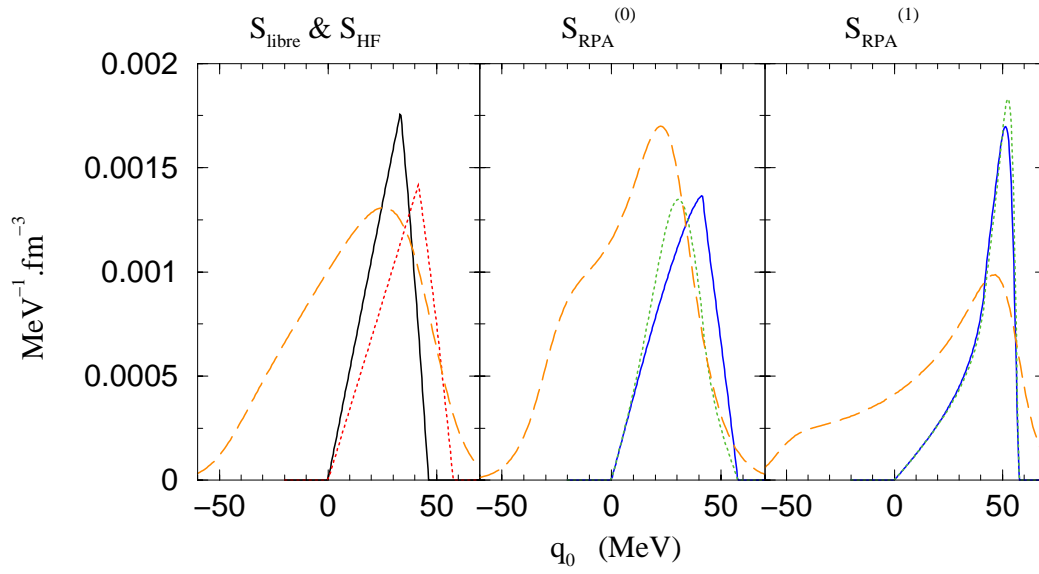


FIG. 5.3: Fonctions de structure dans la matière de neutrons pour $q = k_F/3$, $\rho = \rho_0$ et la force D1P. Premier panneau : réponses d'un gaz libre (trait continu) et Hartree-Fock (pointillés) à $T = 0$, et Hartree-Fock à $T = 10$ MeV (tirets). Deuxième panneau : réponses RPA pour le canal de spin $S = 0$, Landau monopolaire à $T = 0$ (trait continu), Landau (monopolaire+dipolaire) à $T = 0$ (pointillés), Landau (monopolaire+dipolaire) à $T = 10$ MeV (tirets). Troisième panneau : comme le deuxième panneau, mais pour $S = 1$.

Chapitre 6

Fonctions de réponse avec des modèles relativistes

*D*ans les modèles relativistes du type Walecka, les nucléons sont décrits par des spineurs de Dirac et interagissent via des mésons. Nous avons montré dans le chapitre 3 comment obtenir l'approximation du champ moyen relativiste, nous présentons dans ce chapitre les fonctions de réponse dans ce même cadre. Ce travail constitue une généralisation à température finie des fonctions de réponse à température nulle [Sai89, Hor91a, Kim95]. Nous apportons des corrections aux expressions proposées par [Red99] à la fois pour les parties réelles et les parties imaginaires des fonctions de réponse. Ces corrections n'affectent finalement pas de façon sensible les résultats sur le libre parcours moyen.

6.1 Formalisme

Nous allons maintenant établir les expressions qui nous permettront de calculer les taux de réaction des neutrinos, et donc leurs libres parcours moyens dans le cadre de modèles de champ moyen relativiste. Ces expressions nous serviront dans le prochain chapitre pour obtenir par exemple les libres parcours moyens du modèle NL3 qui sera comparé aux modèles non-relativistes tels que SLy230b ou D1P. Nous nous limiterons ici au système nucléaire non corrélé décrit par un champ moyen relativiste self-consistant. Une étude plus complète demanderait d'inclure dans la description les effets de corrélations du type RPA relativiste.

Nous allons rappeler les résultats essentiels sur les fonctions de Green à température finie. Nous noterons $\langle\langle\theta\rangle\rangle$ la valeur moyenne de l'opérateur θ pour un système dont le Hamiltonien H est en équilibre thermodynamique dans l'ensemble grand canonique. On définit

$$\langle\langle\theta\rangle\rangle = \frac{\text{Tr}\left(e^{-(H-\mu N)/T} \theta\right)}{\text{Tr}\left(e^{-(H-\mu N)/T}\right)} = \frac{1}{Z} \text{Tr}\left(e^{-(H-\mu N)/T} \theta\right) \quad (6.1)$$

où Z est la fonction de partition.

La fonction de Green à 1 particule, qui est le propagateur des nucléons, est défini par [Chi77, Ser86, Sai89]

$$iG_{\alpha\beta}(x' - x) = \langle\Psi_0|T\Psi_\alpha(x')\bar{\Psi}_\beta(x)|\Psi_0\rangle \quad \text{à } T \text{ nulle} \quad (6.2)$$

$$= \langle\langle T\Psi_\alpha(x')\bar{\Psi}_\beta(x)\rangle\rangle \quad \text{à } T \text{ finie} \quad (6.3)$$

où T désigne le produit chronologique. Cette fonction de Green correspond à la propagation d'une particule, d'un trou ou d'une anti-particule. On substitue les champs par leur expression pour obtenir ($i = n, p$) :

$$G_{\alpha\beta}^i(x' - x) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} G_{\alpha\beta}^i(k) e^{-ik \cdot (x' - x)} \quad (6.4)$$

avec à température nulle

$$G_{\alpha\beta}^i(k) = \frac{1}{2E_{\mathbf{k}}} \left\{ (\gamma_\mu k^\mu + M_N)_{\alpha\beta} \left[\frac{1 - f(E_{\mathbf{k}})}{k_0 - E_{\mathbf{k}} + i\epsilon} + \frac{f(E_{\mathbf{k}})}{k_0 - E_{\mathbf{k}} - i\epsilon} \right] - (\gamma_\mu \tilde{k}^\mu + M_N)_{\alpha\beta} \frac{1}{k_0 + E_{\mathbf{k}} - i\epsilon} \right\} \quad (6.5)$$

où

$$\gamma_\mu k^\mu = E_{\mathbf{k}} \gamma^0 - \gamma \cdot \vec{k} \quad (6.6)$$

$$\gamma_\mu \tilde{k}^\mu = -E_{\mathbf{k}} \gamma^0 - \gamma \cdot \vec{k} \quad (6.7)$$

On réécrit le propagateur sous la forme

$$G_{\alpha\beta}^i(k) = (k^* + M_i^*)_{\alpha\beta} \left[\frac{1}{k^{*2} - M_i^{*2} + i\epsilon} + \frac{i\pi}{E_{\mathbf{k},i}^*} \delta(k_0 - E_{\mathbf{k},i}) f(E_{\mathbf{k},i}^*) \right] \quad (6.8)$$

$$= G^F(k)_{\alpha\beta}^i + G^D(k)_{\alpha\beta}^i \quad (6.9)$$

où G^F ressemble formellement au propagateur libre simplement “habillé” avec les quantités effectives dûes au champ moyen et G^D est la partie dépendant de la densité. A température finie, on montre [Sai89] que $G^D(k)_{\alpha\beta}^i$ s’écrit

$$G^D(k)_{\alpha\beta}^i = \frac{i\pi}{E_{\mathbf{k},i}^*} \{ \delta(k_0 - E_{\mathbf{k},i}) f(E_{\mathbf{k},i}^*) + \delta(k_0 + E_{\mathbf{k},i}) \bar{f}(E_{\mathbf{k},i}^*) \} \quad (6.10)$$

où le terme supplémentaire s’annule à la limite de la température nulle.

La figure 6.1 montre la localisation des pôles de la fonction de Green à deux points dans le plan complexe. L’énergie d’une particule est notée $E = E^* - \Sigma_0$ et l’énergie d’une anti-particule est notée $\bar{E} = -E^* - \Sigma_0$, tandis que k_F est le moment de Fermi.

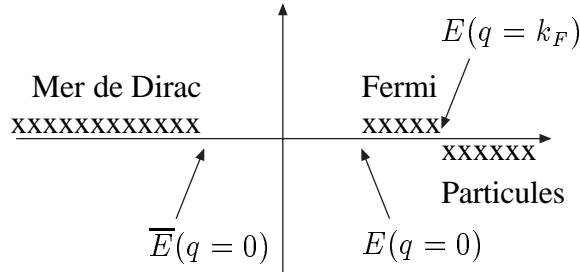


FIG. 6.1: Pôles de la fonction de Green à 2 points dans le plan complexe de q_0 ($T = 0$).

Le propagateur d’une paire particule-trou fait intervenir le produit de deux propagateurs du type (6.9). Les termes en $G^F G^F$ sont reliés à des effets de polarisation du vide et ils conduisent à des divergences qui ne peuvent être traitées qu’en effectuant une renormalisation, méthode relativement lourde [Chi77]. Bien que le Lagrangien original $\sigma\omega$ de Walecka soit renormalisable, il n’existe pas de méthode de renormalisation pour notre Lagrangien contenant des termes de self-interaction des mésons. Il est traditionnel en réponse linéaire de simplement négliger les termes divergents $G^F G^F$ et de ne garder que les termes en $G^D G^D$, $G^D G^F$ et $G^F G^D$ mais certains de ces termes contiennent des contributions violant le principe de Pauli si l’on considère que la mer de Dirac est pleine [Lhu89]. Un autre point de vue consiste à rester fidèle à l’hypothèse de la mer de Dirac vide (no-sea approximation, ou NSA) qui est sous-jacente dans l’approche du champ moyen relativiste. Dans ce cas, le propagateur à une particule est modifié de telle sorte que tous les états dans la mer de Fermi apparaissent comme occupés (pôles dans le demi-plan

supérieur de la figure 6.1) tandis que tous les états au-dessus de la mer de Fermi ainsi que ceux dans la mer de Dirac apparaissent comme inoccupés (pôles dans le demi-plan inférieur de la figure 6.1) [Daw90, Ma01]. C'est ce point de vue que nous adoptons ici. Ainsi, le propagateur des nucléons devient :

$$\tilde{G}_{\alpha\beta}^i(k) = \tilde{G}^F(k)_{\alpha\beta}^i + G^D(k)_{\alpha\beta}^i \quad (6.11)$$

$$\tilde{G}^F(k)_{\alpha\beta}^i = \frac{\not{k}^* + M_i^*}{k^{*2} - M_i^{*2} + i\eta\epsilon} \quad (6.12)$$

avec $\eta = 1$ si $k_0^* \geq 0$ et $\eta = -1$ si $k_0^* < 0$.

La polarisabilité causale est définie par

$$\Pi_{\mu\nu}(q) = -i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left\{ T \tilde{G}_2(k) \Gamma_\mu \tilde{G}_4(k+q) \Gamma_\nu \right\} \quad (6.13)$$

avec

$$(\Gamma_\mu, \Gamma_\nu) = \begin{cases} (\gamma_\mu, \gamma_\nu) \text{ canal vectoriel (V)}; \\ (\gamma_5 \gamma_\mu, \gamma_5 \gamma_\nu) \text{ canal axial (A)}; \\ (\gamma_\mu, \gamma_5 \gamma_\nu) \text{ canal mixte vecteur-axial (VA)}; \end{cases}$$

Cet opérateur correspond à la propagation d'une paire particule-trou représentée sur la figure 6.2. On sépare la polarisabilité $\Pi_{\mu\nu}$ en deux parties que l'on nomme la partie de

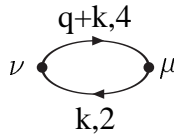


FIG. 6.2: Polarisation particule-trou

Feynman (F), ou libre, et la partie dépendant de la densité (D) :

$$\Pi_{\mu\nu}(q) = \Pi_{\mu\nu}^F(q) + \Pi_{\mu\nu}^D(q) \quad (6.14)$$

avec à température nulle

$$\Pi_{\mu\nu}^F(q) = -i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr} \{ \Gamma_\mu (\not{k}^* + M_2^*) \Gamma_\nu (\not{k}^* + \not{q} + M_4^*) \} \times \frac{1}{(k^{*2} - M_2^{*2} + i\eta\epsilon) ((k^* + q)^2 - M_4^{*2} + i\eta\epsilon)} \quad (6.15)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^D(q) = & 2\pi \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr} \{ \Gamma_\mu (\not{k}^* + M_2^*) \Gamma_\nu (\not{k}^* + \not{q} + M_4^*) \} \times \\ & \left\{ \frac{\delta(k^{*2} - M_2^{*2}) \Theta(\mathbf{k}_0^*) n_2(E_{\mathbf{k},2}^*)}{(k^* + q)^2 - M_4^{*2} + i\eta\epsilon} + \frac{\delta((k^* + q)^2 - M_4^{*2}) \Theta(\mathbf{k}_0^* + q_0) n_4(E_{\mathbf{k}+\mathbf{q},4}^*)}{k^{*2} - M_2^{*2} + i\eta\epsilon} \right. \\ & \left. + 2i\pi \delta(k^{*2} - M_2^{*2}) \delta((k^* + q)^2 - M_4^{*2}) \Theta(\mathbf{k}_0^*) \Theta(\mathbf{k}_0^* + q_0) n_2(E_{\mathbf{k},2}^*) n_4(E_{\mathbf{k}+\mathbf{q},4}^*) \right\} \end{aligned} \quad (6.16)$$

A Température finie, on remplace G^D par l'expression (6.10) ce qui ne modifie que l'expression (6.16). Habituellement, le terme $\Pi_{\mu\nu}^F$ est retiré à la main et $\Pi_{\mu\nu} = \Pi_{\mu\nu}^D$. Dans la suite, nous omettrons l'indice D .

En utilisant la relation de conservation du courant nucléonique ($q^\mu \Pi_{\mu\nu} = 0$) et la symétrie cylindrique de $\Pi_{\mu\nu}$, on peut exprimer le tenseur $\Pi_{\mu\nu}^V$ en fonction de deux composantes indépendantes : Π_L^V et Π_T^V telles que $\Pi_L^V = -q^2/q^2 \Pi_{44}^V$ et $\Pi_T^V = \Pi_{11}^V$. Les composantes transverses et longitudinales sont données par rapport au quadrivecteur q que l'on choisit d'écrire $q = (0, 0, \mathbf{q}, q_0)$. Alors

$$\Pi_{\mu\nu}^V(q) = \begin{pmatrix} \Pi_T^V & & & \\ & \Pi_T^V & & \\ & & \Pi_L^{(V)} & \mathbf{q}_0 \mathbf{q} / q^2 \Pi_L^{(V)} \\ & & \mathbf{q}_0 \mathbf{q} / q^2 \Pi_L^{(V)} & -q^2 / q^2 \Pi_L^{(V)} \end{pmatrix} \quad (6.17)$$

En développant la trace du propagateur axial, on peut la réécrire comme la somme de deux termes : le premier est la trace du propagateur vectoriel et le second est proportionnel au tenseur $g_{\mu\nu}$. On définit alors $\Pi^A(q)$ comme

$$\Pi_{\mu\nu}^A(q) = \Pi_{\mu\nu}^V(q) + g_{\mu\nu} \Pi^A(q) \quad (6.18)$$

Enfin, la polarisabilité mixte vecteur-axial est proportionnelle au tenseur anti-symétrique de Levi-Civita et s'écrit :

$$\Pi_{\mu\nu}^{VA}(q) = i\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} q^\alpha \Pi^{\beta VA}(q) \quad (6.19)$$

Les expressions de Π_T , Π_L , Π^A et $\Pi^{\beta VA}$ sont données dans l'annexe E. Notons que les expressions présentées dans cette annexe corrigent celles de [Red99].

Pour une excitation induite par un couplage aux bosons d'interaction faible, le vertex s'écrit $\Gamma_\mu^W = (c_V - c_A \gamma_5) \gamma_\mu$. La polarisabilité s'obtient alors comme une somme des 3 polarisabilités précédentes :

$$\Pi_{\mu\nu}^W = c_V^2 \Pi_{\mu\nu}^V + c_A^2 \Pi_{\mu\nu}^A + 2c_A c_V \Pi_{\mu\nu}^{VA} \quad (6.20)$$

6.2 Résultats

A titre d'illustration du formalisme relativiste, nous présentons ici des fonctions de réponse qui, pour certaines, sont comparables directement aux fonctions de réponse non-relativistes des chapitres précédants. Pour simplifier les comparaisons, on se limitera ici aux fonctions réponses dans la matière pure de neutrons.

On définit les fonctions de réponse longitudinale (\mathcal{S}_L) et transverses (\mathcal{S}_T) pour les couplages vecteurs (V) et axiaux (A) ainsi que la fonction de réponse vecteur axiale (\mathcal{S}^{VA}) selon :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_L^V &= \frac{1}{\pi} \frac{1}{1 - \exp(-q_0/T)} \mathcal{I}m \Pi_L & \text{et} & \quad \mathcal{S}_L^A = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1 - \exp(-q_0/T)} \left(\mathcal{I}m \Pi_L - \frac{q^2}{q_0^2} \mathcal{I}m \Pi^A \right) \\ \mathcal{S}_T^V &= \frac{1}{\pi} \frac{1}{1 - \exp(-q_0/T)} \mathcal{I}m \Pi_T & \text{et} & \quad \mathcal{S}_T^A = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1 - \exp(-q_0/T)} \left(\mathcal{I}m \Pi_L - \mathcal{I}m \Pi^A \right) \end{aligned} \quad (6.21)$$

et

$$\mathcal{S}_L^{VA} = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1 - \exp(-q_0/T)} \mathcal{I}m \Pi_{VA} \quad (6.22)$$

Sur la figure (6.3), on représente ces fonctions de réponse dans la matière de neutrons pour une température de 1 MeV et un moment transféré $q = k_F/3$. A la limite non-relativiste, la fonction de réponse longitudinale correspond à la réponse en densité $\mathcal{S}^{(0)}$ et la fonction de réponse transverse correspond à la réponse en densité de spin $\mathcal{S}^{(1)}$ (cf. éq.7.16). La réponse vecteur-axiale est nulle. De plus, à la limite non relativiste et en champ moyen, les réponses $\mathcal{S}^{(0)}$ et $\mathcal{S}^{(1)}$ coïncident. A la limite non-relativiste, on remarque aussi que la réponse dans le canal $S = 0$ (resp. $S = 1$) est donné par le couplage vecteur (resp. axial) (cf. éq.7.16). Sur la figure (6.3), on vérifie qu'à $\rho = \rho_0$, on retrouve bien des résultats proches de la limite non-relativiste : les fonctions de réponse dominantes sont bien les fonctions de réponse vecteur-longitudinale \mathcal{S}_L^V et axiale-transverse \mathcal{S}_T^A et elles sont très proches entre-elles. Par contre, les réponses vecteur-transverse \mathcal{S}_T^V et axiale-longitudinale \mathcal{S}_L^A ne sont pas complètement négligeables. Leurs contributions respectives augmentent quand la densité augmente : à $2\rho_0$ la réponse axiale-longitudinale est du même ordre de grandeur que la réponse axiale-transverse, et à $3\rho_0$, la réponse vecteur-transverse devient aussi importante que les autres réponses. Cette figure illustre

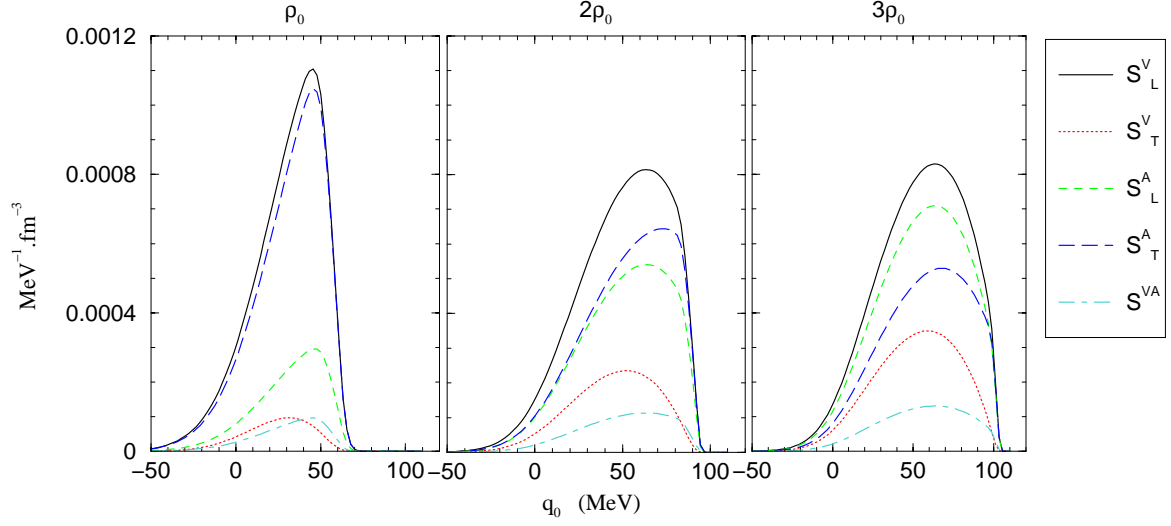


FIG. 6.3: Fonctions de réponses relativistes dans la matière de neutrons en fonction de l'énergie transférée pour 3 densités différentes. La température est fixée à 1 MeV et on a pris NL3.

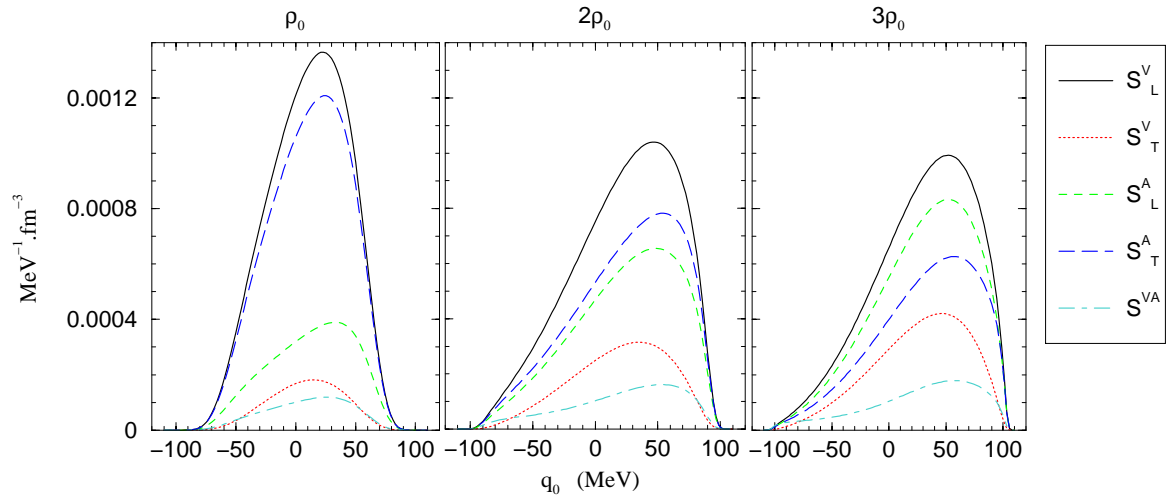


FIG. 6.4: Fonctions de réponses relativistes dans la matière de neutrons en fonction de l'énergie transférée pour 3 densités différentes. La température est fixée à 50 MeV et on a pris NL3.

l'importance que prennent les fonctions de réponses négligées à la limite non-relativiste dès que la densité augmente. Nous reviendront sur ce point dans le chapitre 7.

Les deux courbes qui représentent \mathcal{S}_L^V et \mathcal{S}_T^A sur la figure (6.3) pour $\rho = \rho_0$ sont comparables à la courbe en trait fort de la figure (4.9) pour SLy230b et à la courbe en trait pointillés du graphique de gauche de la figure (5.3) pour D1P. On observe un bon accord entre les fonctions de réponse de ces différentes approches et on s'attend à ce que les résultats obtenus pour le calcul du libre parcours moyen avec les différentes forces effectives soient comparables pour des densités autour de ρ_0 . Par contre, à densité plus élevée, on s'attend à voir l'effet des composantes négligées à la limite non relativiste : \mathcal{S}_T^V et \mathcal{S}_L^A qui représentent les corrections cinématiques relativistes à la fonction de corrélation.

Pour illustrer l'effet de la température, on montre sur la figure (6.4) les mêmes fonctions de réponses dans les mêmes conditions que pour la figure (6.3) sauf que la température est fixée à 50 MeV. L'effet de la température est de permettre à la matière nucléaire ou la matière neutronique non seulement de gagner de l'énergie (énergie transférée q_0 positive) mais aussi de se désexciter (énergie transférée q_0 négative). Les processus à q_0 négatifs correspondent au refroidissement du système. On remarque que l'importance relative des différentes fonctions de réponse est quasiment identique pour les 2 températures extrêmes représentées sur les figures (6.3) et (6.4).

Chapitre 7

Libres parcours moyen des neutrinos

Au moment de l'effondrement du coeur d'une supernovae, les neutrinos sont les agents indispensables à l'explosion [Jan96] et les meilleures sondes pour comprendre les mécanismes internes [Bur88]. Dans cette étude, nous nous intéressons au calcul de l'interaction entre les neutrinos et la matière. Nous montrons dans ce chapitre comment obtenir le taux de réaction pour les différents processus d'interaction des neutrinos avec la matière à l'aide des fonctions de structure. Nous appliquons ce calcul à la diffusion des neutrinos dans la matière de neutrons et aux processus de diffusion et d'absorption dans la matière asymétrique en équilibre β . Nous comparons les résultats des forces SLy230b, D1P et NL3. [Mar01b, Jia01]

7.1 Calcul du libre parcours moyen

Dans cette section, nous montrons comment calculer le libre parcours moyen à l'aide des fonctions de structure (en non-relativiste) ou des polarisabilités (en relativiste) introduites dans les chapitres précédents.

7.1.1 Taux de réaction

Les neutrinos diffusent sur les courants hadroniques j^μ via les courants faibles neutres l_μ^s et sont absorbés via les courants faibles chargés l_μ^a . On a représenté sur la figure (4.1) les deux processus d'interaction. D'après la théorie électrofaible de Weinberg-Salam, la densité de Lagrangien d'interaction s'écrit dans la région des moments transférés faibles par rapport à la masse des bosons de jauge électrofaibles ($M_Z \sim 90 \text{ GeV}$)

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_s &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} l_\mu^s j_s^\mu \\ \mathcal{M}_a &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \cos \theta_c l_\mu^a j_s^\mu\end{aligned}\quad (7.1)$$

où la constante de Fermi G_F est $G_F/\hbar c^3 = 1.166 \times 10^{-11} \text{ MeV}^{-2}$ et θ_c est l'angle de Cabbibo ($\sin \theta_c = 0.213$). On écrit les courants leptoniques l_μ et les courants hadroniques j_μ pour la diffusion (s) et pour l'absorption (a) :

$$\begin{aligned}l_\mu^s &= \bar{\psi}_\nu \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_\nu, & l_\mu^a &= \bar{\psi}_l \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_\nu \\ j_s^\mu &= \frac{1}{2} \bar{\psi}_4 \gamma^\mu (c_V - c_A \gamma_5) \psi_2, & j_a^\mu &= \bar{\psi}_4 \gamma^\mu (g_V - g_A \gamma_5) \psi_2\end{aligned}\quad (7.2)$$

où $\bar{\psi}_i = \psi_i^\dagger \gamma^0$ et ψ_i est un spineur de Dirac de la particule i . Les constantes de couplage sont

$$\begin{aligned}c_V^n &= -1, & c_A^n &= -1.23 && \text{diffusion sur les neutrons} \\ c_V^p &= 0.08, & c_A^p &= 1.23 && \text{diffusion sur les protons} \\ g_V &= 1, & g_A &= 1.23 && \text{absorption sur les neutrons}\end{aligned}\quad (7.3)$$

On remarque qu'en redéfinissant les constantes de couplages pour le processus d'absorption comme $g'_V = 2 \cos \theta_c g_V$ (de même pour g_A), alors l'interaction par courants chargés est identique à l'interaction par courants neutres. Il suffit de faire la dérivation du libre parcours moyen pour le processus de diffusion qui se généralise au processus d'absorption en remplaçant les constantes de couplage c_V et c_A par g'_V et g'_A .

Le taux de réaction pour le processus de diffusion est obtenu selon la règle d'or de Fermi en prenant une moyenne statistique sur les états initiaux et une somme sur les états

finiaux des nucléons et des leptons (cf éq.6.1)

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \Lambda_{\mu\nu}(q, T) K^{\mu\nu}(q, T) \quad (7.4)$$

$$\Lambda_{\mu\nu}(q, T) = \langle \langle l_\mu l_\nu \rangle \rangle \quad (7.5)$$

$$K_{\mu\nu}(q, T) = \langle \langle j_\mu j_\nu \rangle \rangle \quad (7.6)$$

où $q = q_1 - q_3$. Le taux de réaction s'écrit

$$d\Gamma = \frac{S}{2E_1} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle [1 - f(E_3)] f(E_2) [1 - f(E_4)] d\mathcal{Q} \quad (7.7)$$

où S est le produit des facteurs statistiques $1/j!$ pour chaque groupe de j particules identiques dans l'état final (ici $S = 1$) et l'élément de volume dans l'espace des phases $d\mathcal{Q}$ s'écrit

$$d\mathcal{Q} = \prod_{i=2,4} \frac{d^3\mathbf{p}_i}{(2\pi)^3 2E_i} \frac{d^3\mathbf{q}_3}{(2\pi)^3 2E_3} (2\pi)^4 \delta^4(q_1 + p_2 - q_3 - p_4) \quad (7.8)$$

Le libre parcours moyen est simplement donné comme l'inverse du taux de réaction :

$$\lambda = \Gamma^{-1} \quad (7.9)$$

et comme la diffusion et l'absorption sont deux processus distincts, on définit le libre parcours moyen pour le processus de diffusion $\lambda_S = \Gamma_S^{-1}$ et pour le processus d'absorption $\lambda_A = \Gamma_A^{-1}$.

Les leptons sont traitées comme des particules libres sans effets du milieu, donc, dans le secteur leptonique, le tenseur s'écrit avec développement

$$\begin{aligned} \Lambda^{\mu\nu} &= 8 \left\{ q_1^\mu q_3^\nu + q_1^\nu q_3^\mu - g^{\mu\nu} (q_1 \cdot q_3) - i\epsilon^{\mu\nu\sigma\kappa} q_{1\sigma} q_{3\kappa} \right\} \\ &= 8 \left\{ 2q_1^\mu q_1^\nu - q_1^\nu q_1^\mu - q_1^\mu q_1^\nu + g^{\mu\nu} q \cdot q_1 - i\epsilon^{\mu\nu\sigma\kappa} q_\sigma q_{1\kappa} \right\} \end{aligned} \quad (7.10)$$

Dans le secteur hadronique, on prend en compte l'effet des corrélations entre les nucléons. Pour cela, on reformule le taux de réaction pour introduire la fonction de corrélation retardée $\mathcal{W}_{\mu\nu}(q, T)$

$$d\Gamma = \frac{d^3\mathbf{q}_3}{32\pi^2 E_1 E_3} (1 - f(E_3)) \Lambda^{\mu\nu} \mathcal{W}_{\mu\nu} \quad (7.11)$$

$$\mathcal{W}_{\mu\nu}(q, T) = 2 \int \frac{d^3\mathbf{p}_1}{(2\pi)^3} f(E_2) \left(1 - f(E_4) \right) \frac{K^{\mu\nu}}{4E_2 E_4} \delta(\mathbf{q}_0 + E_2 - E_4) \quad (7.12)$$

et l'on relie la fonction de corrélation retardée à la fonction de corrélation causale $\Pi_{\mu\nu}(q, T)$ selon le théorème de fluctuation-dissipation

$$\mathcal{W}_{\mu\nu}(q, T) = \frac{2}{1 - e^{-\beta(\mathbf{Q}_0 + \hat{\mu})}} \mathcal{Im} \Pi_{\mu\nu}(q, T) \quad (7.13)$$

où $\hat{\mu} = \mu_2 - \mu_4$.

7.1.2 Limite non-relativiste

Le spineur de Dirac s'écrit en terme de la petite composante χ et de la grande composante ϕ comme

$$\psi = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} \quad (7.14)$$

La limite non-relativiste des courants hadroniques est donnée en négligeant la petite composante par rapport à la grande. On obtient

$$j_s^\mu = \frac{1}{2} \bar{\psi}_n \gamma^\mu (c_V - c_A \gamma_5) \psi_n \sim \frac{1}{2} \left(c_V \phi_n^\dagger \phi_n \delta_0^\mu - c_A \phi_n^\dagger \sigma_i \phi_n \delta_i^\mu \right) \quad (7.15)$$

Le premier terme représente la fluctuation de densité et le second la fluctuation de spin. A la limite non relativiste (NR), on obtient $\mathcal{W}_{0,i} \stackrel{NR}{=} \mathcal{W}_{i,0} \stackrel{NR}{=} 0$ et on note $\mathcal{W}_{00}(q, T) \stackrel{NR}{=} \mathcal{S}^{(0)}(q, T)$ et $\mathcal{W}_{ij}(q, T) \stackrel{NR}{=} \mathcal{S}^{(1)}(q, T) \delta_{ij}$ où l'on reconnaît les fonctions de structure non relativistes. Il suffit maintenant d'évaluer la contraction des deux traces

$$\Lambda^{\mu\nu} \mathcal{W}_{\mu\nu} \stackrel{NR}{=} c_V^2 (1 + \cos \theta_{13}) \mathcal{S}^{(0)}(q, T) + c_A^2 (3 - \cos \theta_{13}) \mathcal{S}^{(1)}(q, T) \quad (7.16)$$

où θ_{13} est l'angle entre (1) et (3). On en déduit l'expression du libre parcours moyen [Iwa82] :

$$\lambda_{NR}^{-1} = \frac{G_F^2}{16\pi^2} \int d\mathbf{q}_0 \frac{E_1 - \mathbf{q}_0}{E_1} \int d\mathbf{q} [1 - f(E_3)] \times \left(c_V^2 (1 + \cos \theta_{13}) \mathcal{S}^{(0)}(q, T) + c_A^2 (3 - \cos \theta_{13}) \mathcal{S}^{(1)}(q, T) \right) \quad (7.17)$$

où G_F est la constante de Fermi, E_1 l'énergie du neutrino entrant, \mathbf{q} et \mathbf{q}_0 le moment et l'énergie échangé entre le neutrino incident et la matière, T la température de la matière. Le libre parcours moyen est donc fonction de l'énergie du neutrino incident E_1 , de la température et de la densité.

Les réactions de diffusion neutrino-nucléon sont strictement identiques pour les trois saveurs de neutrinos ; par contre, les taux des réactions d'absorption dépendent des masses des leptons associés aux neutrinos, ce qui induit une forte suppression pour l'absorption des neutrinos μ et τ .

Dans la matière de neutrons, on considère deux situations : soit les neutrinos sont dégénérés car ils sont suffisamment nombreux pour former une sphère de Fermi ; soit les neutrinos sont peu denses (non-dégénérés) et l'on supprime le facteur de blocage de Pauli du neutrino sortant (3). Dans cet exposé, nous discuterons ces deux cas.

On représente sur la figure (7.1) le domaine d'intégration en \mathbf{q} et \mathbf{q}_0 . On discute maintenant les bornes d'intégration. On a les relations suivantes : $\mathbf{q}_0 = \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_3$ et $q^2 = \mathbf{q}_1^2 + \mathbf{q}_3^2 - 2\mathbf{q}_1 \mathbf{q}_3 \cos \theta_{13}$. La condition $|\cos \theta_{13}| < 1$ impose $|\mathbf{q}_0| < \mathbf{q} < 2E_1 - \mathbf{q}_0$.

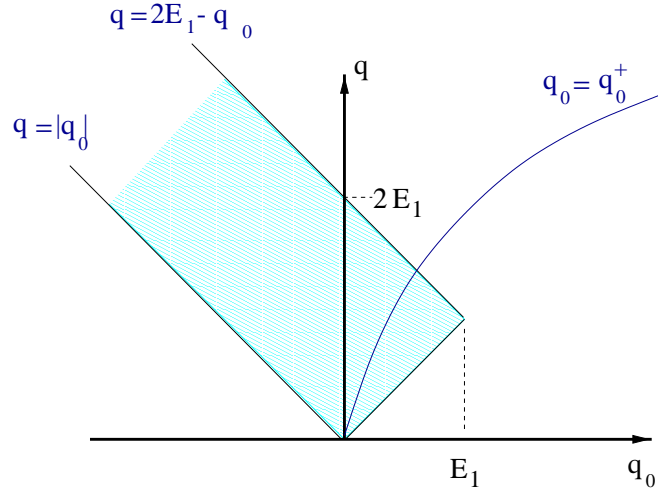


FIG. 7.1: Espace des phases.

Si le lepton (3) est produit au repos, alors $q_0 = E_1$ et à température nulle, q_3 vaut au maximum E_1 ; donc le domaine d'intégration est $0 < q_0 < E_1$. Par contre, à température finie, la matière peut se refroidir et fournir de l'énergie au lepton (3), alors q_3 n'est plus borné supérieurement, ainsi $-\infty < q_0 < E_1$. On représente aussi la courbe $q_0 = q_0^+$ (on rappelle que $q_0^+ = qk_F/m + q^2/2m$) car, à température nulle, la fonction de structure prend ses valeurs entre 0 et q_0^+ . Dans la suite, nous discuterons les régions dans l'espace des phases impliquées dans le calcul du libre parcours moyen des neutrinos. Il dépend aussi des quantités suivantes : l'énergie du neutrino incident E_1 , la température T et la densité ρ . Ces conditions étant fixées, l'équation d'état détermine le potentiel chimique effectif μ^* et la masse effective m^* . Dans le cas des neutrinos dégénérés, il faut aussi fixer le potentiel chimique des neutrinos μ_ν . Comme nous l'avons discuté au chapitre 2, pour décrire l'équilibre β dans la matière dense en neutrinos il faut ajouter un paramètre supplémentaire qui est la fraction leptonique Y_l . L'expression (7.17) du libre parcours moyen montre qu'il faut intégrer les fonctions de structure axiales et vecteurs dans le domaine grisé sur la figure (7.1). Ces fonctions de structure sont modulées par les termes cinématiques : $1 + \cos \theta_{13}$ et $3 - \cos \theta_{13}$. Pour obtenir des formules analytiques, on néglige la contribution à l'intégrale des termes proportionnels à $\cos \theta_{13}$.

7.1.3 Calcul relativiste

Au delà de la densité de saturation ρ_0 , le moment de Fermi k_F peut-être comparable à la masse effective et donc, un calcul complètement relativiste pourrait être plus approprié. Pour cela, on développe la relation (7.13) où la fonction de corrélation causale $\Pi_{\mu\nu}$ coïncide avec la polarisation $\Pi_{\mu\nu}^W$ définie par la relation (6.20). Après contraction avec le

tenseur leptonique, on obtient

$$\mathcal{I}m \Lambda^{\mu\nu} \Pi_{\mu\nu}^W = A R_1 + B R_2 + C R_3 + B_A R_A \quad (7.18)$$

avec

$$\begin{aligned} R_1 &= \sum_{i=p,n} (c_V^i{}^2 + c_A^i{}^2) (\mathcal{I}m \Pi_T^i + \mathcal{I}m \Pi_L^i) \\ R_2 &= \sum_{i=p,n} (c_V^i{}^2 + c_A^i{}^2) \mathcal{I}m \Pi_T^i \\ R_3 &= \sum_{i=p,n} 2c_V^i c_A^i \mathcal{I}m \Pi_{VA}^i \\ R_A &= - \sum_{i=p,n} c_A^i{}^2 \mathcal{I}m \Pi_A^i \end{aligned} \quad (7.19)$$

et les facteurs cinématiques sont donnés par

$$\begin{aligned} A &= \frac{4E_1 E_3 + q^2 - m_l^2}{2\mathbf{q}^2} \\ B &= 1 + \frac{m_l^2}{\mathbf{q}^2 q^2} \left(E_1(E_1 - E_3) - \mathbf{q}^2 + \frac{1}{2}m_l^2 \right) \\ C &= 2E_1 - (E_1 - E_3) \left(1 - \frac{m_l^2}{q^2} \right) \\ B_A &= 1 - \frac{m_l^2}{q^2} \end{aligned} \quad (7.20)$$

où $m_l = 0$ pour la diffusion et $m_l = m_e$ pour l'absorption. La contribution de la masse m_e est souvent négligée [Red98] mais ici, nous avons choisi de la garder. Le libre parcours moyen est alors donné par

$$\begin{aligned} \lambda^{-1} &= -\frac{G_F^2}{16\pi^3} \int d\mathbf{q}_0 \frac{E_1 - \mathbf{q}_0}{E_1} \int d\mathbf{q} \mathbf{q} [1 - f(E_3)] \frac{1}{1 - \exp(-\beta(\mathbf{q}_0 + \hat{\mu}))} \times \\ &\quad (A R_1 + B R_2 + C R_3 + B_A R_A) \end{aligned} \quad (7.21)$$

7.2 Matière de neutrons

Dans cette section, nous présentons les résultats des calculs numériques de libre parcours moyen pour un gaz en interaction et nous nous limiterons aux processus neutres. Dans la discussion, nous faisons varier quelques paramètres comme la densité ou la température, et nous retrouvons les cas limite que nous présentons maintenant.

Limite classique

C'est la limite à laquelle la température est beaucoup plus grande que le potentiel chimique : $T \gg \mu$. On calcule alors la susceptibilité $\chi_0(q, T)$ en remplaçant la distribution de Fermi-Dirac par la distribution de Boltzmann ($\exp(\mu - E)/T$) dans l'expression (4.12). On peut refaire le calcul de la partie imaginaire de la susceptibilité, ou bien, de façon plus simple, prendre la limite classique ($T \gg \mu$) de la partie imaginaire de la susceptibilité $\chi_0(q, T)$ donnée par la relation (4.13) et on obtient

$$\mathcal{Im} \chi_0^{\text{class.}}(q, T) = -\frac{m^2 T}{4\pi q} e^{\beta(A + \mathbf{q}_0/2)} (1 - e^{-\beta \mathbf{q}_0}) \quad (7.22)$$

On utilise cette approximation pour calculer le libre parcours moyen [Red98, Nav99] :

$$\lambda^{-1} = \frac{G_F^2 E_1^2}{\pi} (c_A^2 + 3c_V^2) \rho \quad (7.23)$$

où ρ est la densité de neutrons à la limite classique : $\rho = 2(mT/2\pi)^{3/2} \exp(\beta\mu)$. Comme prévu, le libre parcours moyen est donné par la formule classique $\lambda^{-1} = \sigma_0 \rho$ avec $\sigma_0 = G_F^2 E_1^2 (c_A^2 + 3c_V^2)/\pi$ constante indépendante du milieu et il décroît comme $1/\rho$.

Limite d'un gaz de Fermi libre

Cette limite consiste à ne considérer que l'effet quantique dû au blocage de Pauli et les nucléons sont traités comme un gaz sans interaction. La fonction de structure est définie à partir de la fonction de Lindhard donnée par l'expression (4.13) : la masse et le potentiel chimique ne sont pas modifiés par le milieu. Nous avons discuté cette limite dans une large mesure au chapitre (4). Il n'y a pas de formule analytique pour le libre parcours moyen sauf à la limite de haute densité. Dans le cas général, nous aurons recours aux codes numériques élaborés pour le calcul du libre parcours moyen.

Cas général

Pour avoir une idée des régions en énergie qui comptent dans le calcul du libre parcours moyen, nous avons représenté sur la figure (7.2) la distribution en énergie du taux de réaction ($d\Gamma/dq_0$). La borne supérieure est fixée par l'énergie du neutrino incident (ici $E_1 = 100$ MeV). On a fixé la densité égale à la densité de saturation ρ_0 et utilisé la force SLy230b. Quand la température augmente, les régions d'énergie négative contribuent de plus en plus dans le calcul du libre parcours moyen. Par exemple, pour une température de 40 MeV, on estime que la borne inférieure en énergie est d'environ 100 MeV, ce qui implique des moments transférés compris entre 200 et 300 MeV, c'est à dire de l'ordre du moment de Fermi. Sur la base de cette estimation, on pourrait supposer que les corrélations au delà de la surface de Fermi jouent un rôle important dans le calcul du libre parcours moyen. Nous verrons que ces corrélations ne sont pas importantes et qu'un calcul RPA-Landau suffit à fournir l'effet des corrélations. A haute température, on trouve un point anguleux en $q_0 = 0$ qui signifie que la fonction de réponse occupe toute la région de

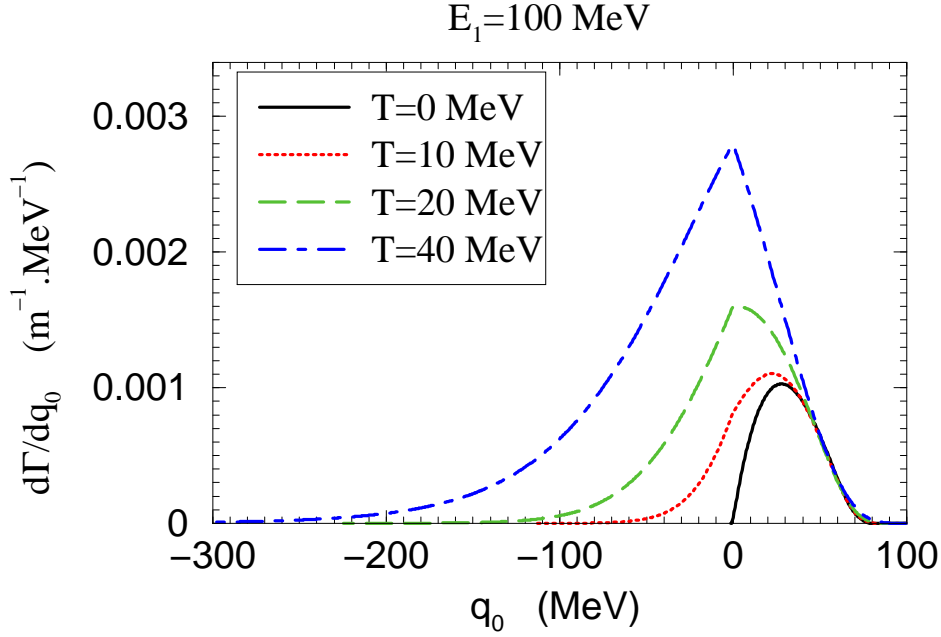


FIG. 7.2: Distribution de taux de réaction en fonction de l'énergie échangée. On a fixé $\rho = \rho_0$ et la force est SLy230b.

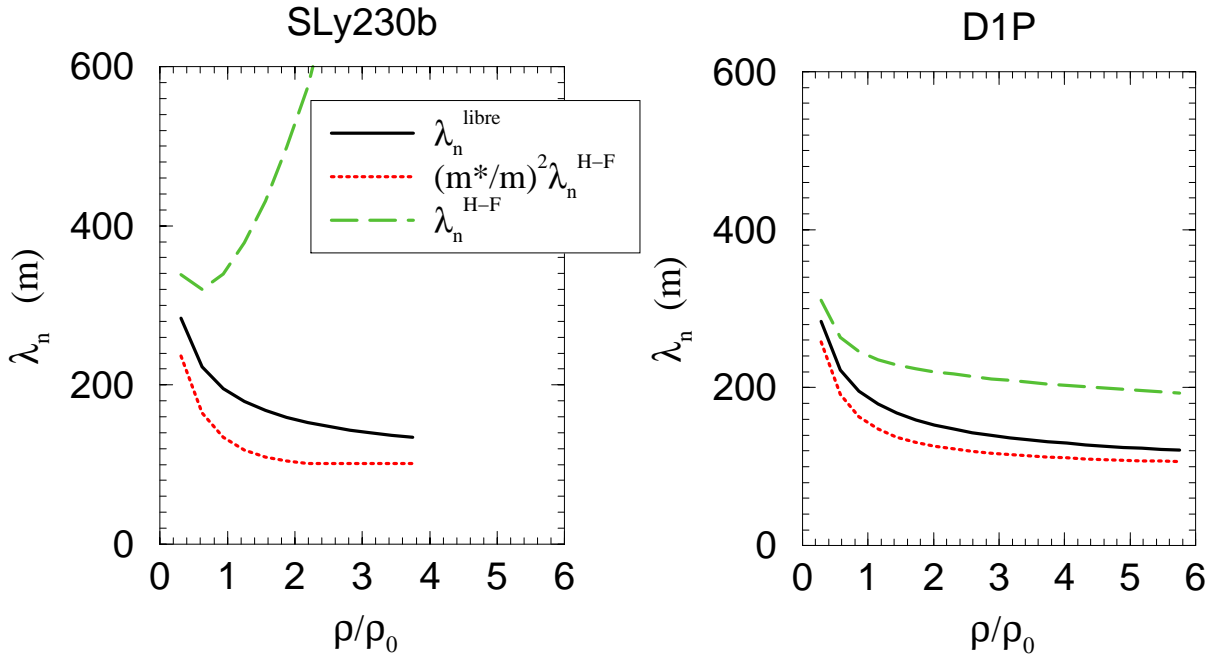


FIG. 7.3: λ_n en fonction de la densité pour différentes approximations. A gauche, on représente les résultats pour la force SLy230b et à droite pour D1P. On représente $\lambda_n(\text{libre})$ (trait) qui montre l'effet de Pauli, puis la quantité $(m^*/m)^2 \lambda_n(\text{H-F})$ (pointillés) qui montre l'effet du potentiel chimique effectif par rapport à $\lambda_n(\text{libre})$, et enfin, $\lambda_n(\text{H-F})$ (tirets) qui contient la dépendance en masse effective. On a fixé $T = 5$ MeV.

l'espace des phases. Alors, l'intégration sur q est très sensible aux bornes d'intégration, qui présentent aussi un point anguleux en $q_0 = 0$. Dans les régions positives, comme le domaine d'intégration se rétrécit jusqu'à 0 en $q_0 = E_1$, la distribution de taux de réaction diminue très fortement.

On représente sur la figure (7.3) le libre parcours moyen dans la matière de neutrons à l'approximation du gaz de Fermi libre (en trait) et traité à l'approximation Hartree-Fock (en tiret). On a fixé la densité à la densité de saturation ρ_0 , la température à 20 MeV et l'énergie à $3T$. La figure de gauche représente les résultats pour la force effective SLy230b et la figure de droite pour D1P. Nous discutons ici la dépendance de λ_n par rapport à deux paramètres du milieu, la masse effective et le potentiel chimique effectif. Pour distinguer ces deux effets, nous représentons aussi la quantité $(m^*/m)^2 \lambda_n$ (en pointillés). En effet, comme nous l'avons discuté dans le chapitre 4, la masse effective se factorise de la susceptibilité $\chi_0(q, T)$ et se factorise donc aussi dans le calcul du taux de réaction. En multipliant λ_n par $(m^*/m)^2$, on obtient une quantité qui dépend uniquement du potentiel chimique effectif. Rappelons qu'il est relié au potentiel chimique et au champ moyen selon $\mu^* = \mu - \mathcal{U}$. Dans la matière de neutrons, \mathcal{U} est toujours positif et donc $\mu^* < \mu$. Pour les deux interactions, on remarque que l'effet du potentiel chimique effectif est de diminuer λ_n et l'effet de la masse effective est d'augmenter λ_n par rapport au cas libre. Pour la force SLy230b, la masse effective diminue très fortement avec la densité et donc le libre parcours moyen augmente très fortement (comme $(m/m^*)^2$), ce n'est pas le cas pour la force D1P car la masse effective est très peu différente de la masse "nue" et la rejoint aux hautes densités. Le comportement du libre parcours moyen à basse densité est donné par la formule classique : $\lambda \sim 1/\rho$. A partir de la densité de saturation, la nature quantique du gaz de Fermi libre (principe de Pauli) induit une saturation du libre parcours moyen avec la densité. Puis, les effets du milieu à l'approximation Hartree-Fock modifient le libre parcours moyen : Le potentiel chimique effectif diminue un peu le libre parcours moyen mais ne change pas le phénomène de saturation, par contre, l'effet de la masse effective est spectaculaire pour les forces comme SLy230b : la masse effective provoque une très forte augmentation du libre parcours moyen avec la densité.

On montre sur la figure (7.4) l'évolution du libre parcours moyen avec la température à l'approximation du gaz de Fermi libre (en points-tirets), du gaz en interaction à l'approximation Hartree-Fock pour la force SLy230b (en pointillés) et pour la force D1P (en tirets). La densité est fixée à la densité de saturation ρ_0 et l'énergie du neutrino est prise égale à 60 MeV. Le comportement aux basses températures suit le comportement attendu en T^{-2} [Red98, Hae87]. Pour des températures très élevées (au-delà de 50 MeV), l'effet des forces s'estompe devant l'effet de Pauli. Le comportement, en fonction de la température, du libre parcours moyen calculé avec NL3 est le même qu'avec les autres forces effectives non-relativiste et les résultats en valeur absolue sont un peu plus bas.

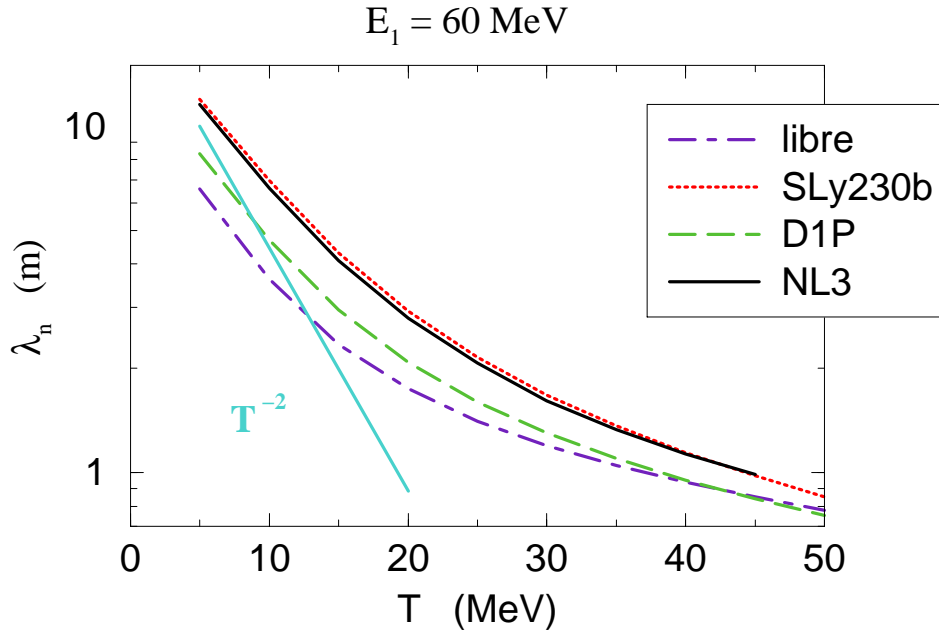


FIG. 7.4: Evolution du libre parcours moyen avec la température où l'on distingue l'effet de Pauli (points-tirets) et l'effet supplémentaire du champ moyen pour SLy230b (pointillés) et D1P (tirets). On a fixé la densité à ρ_0 .

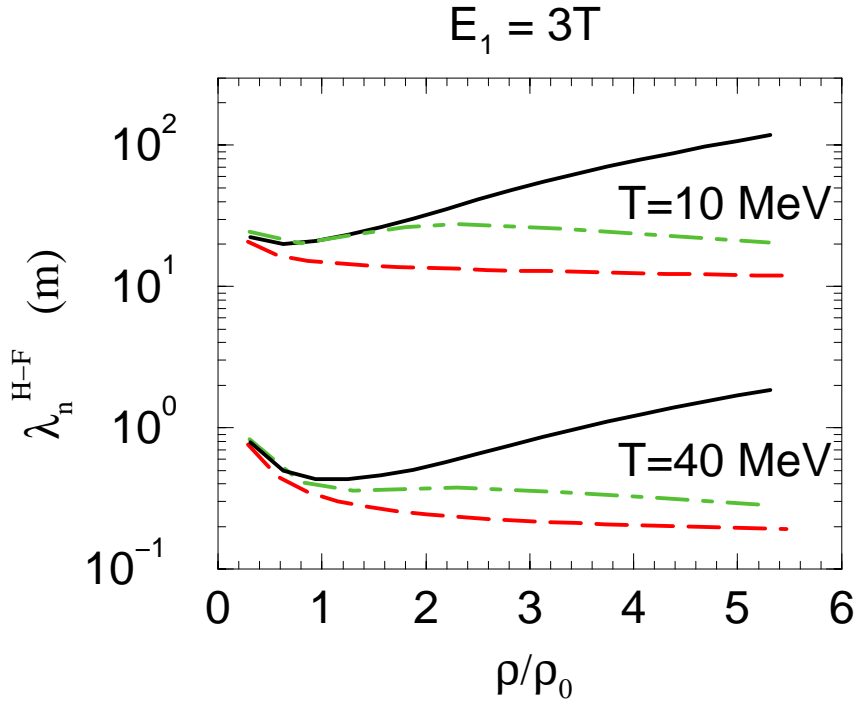


FIG. 7.5: Libre parcours moyen pour les forces SLy230b (trait continu) et D1P (tirets) à l'approximation Hartree-Fock, et NL3 (points-tirets) à l'approximation du champ moyen relativiste. On a fixé deux températures typiques de la proto-étoile à neutrons : 10 MeV et 40 MeV.

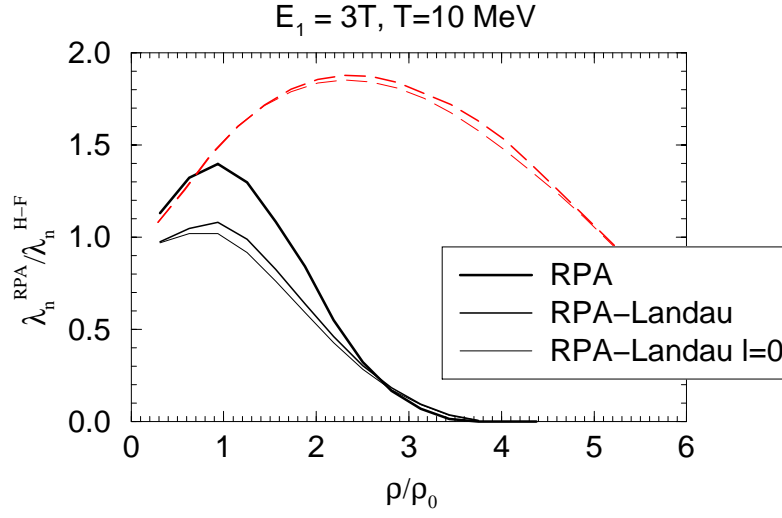


FIG. 7.6: Rapport des libres parcours moyens calculés en RPA et en Hartree-Fock. On représente les résultats pour la force SLy230b (continu) et D1P (tirets). Il y a trois épaisseurs de trait selon le type de RPA effectuée. On a fixé la température à $T = 10$ MeV et $E_1 = 3T$.

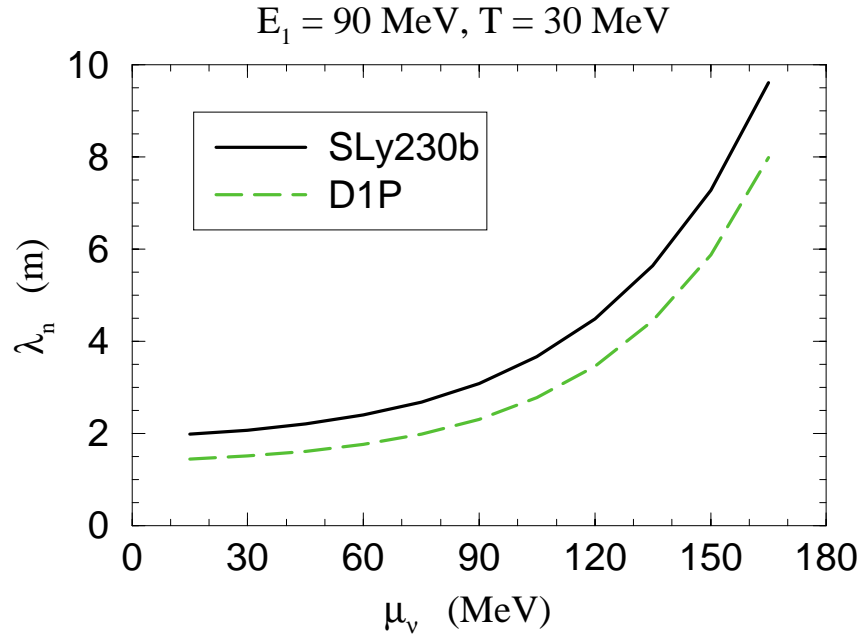


FIG. 7.7: Evolution du libre parcours moyen avec le potentiel chimique μ_ν pour des neutrons dégénérés.

On représente sur la figure (7.5) le libre parcours moyen en fonction de la densité pour les forces SLy230b et D1P pour 2 températures typiques $T = 10$ MeV et $T = 40$ MeV pour des neutrinos thermalisés avec la matière. A haute densité, la différence entre les résultats de SLy230b et D1P est due à la masse effective de ces deux forces : La masse effective de SLy230b décroît très fortement avec la densité contrairement à la masse effective de D1P. A la densité de saturation, le libre parcours moyen calculé avec NL3 est un peu plus bas que le libre parcours moyen donné par SLy230b et D1P. La masse effective de NL3 décroît très fortement avec la densité, tout comme SLy230b, et on se serait attendu à un comportement identique entre NL3 et SLy230b à haute densité. Au lieu de cela, on observe une diminution très lente avec la densité. Nous attribuons ce comportement à la cinématique relativiste du calcul du libre parcours moyen. Ces résultats montrent que les neutrinos sont piégés dans la proto-étoile à neutrons car le libre parcours moyen est beaucoup plus petit que le rayon de l'étoile (~ 10 km). Les neutrinos évoluent donc dans un régime de diffusion avant de s'échapper du coeur de la supernova.

La figure (7.6) montre l'influence des corrélations RPA pour les deux forces SLy230b et D1P. Les calculs ont été faits à la température de 10 MeV et les rapports $\lambda_n^{\text{RPA}}/\lambda_n^{\text{HF}}$ changent peu avec la température. Pour SLy230b (trait continu), on compare la RPA (trait épais) avec deux approximations : la RPA-Landau (trait moyen) et la RPA-Landau monopolaire (trait fin). On remarque bien une différence entre la RPA et les deux approximations RPA-Landau mais la tendance majeure qui conduit à l'annulation de λ_n est parfaitement reproduite pour les calculs RPA-Landau. Pour la force D1P (tirets), nous n'avons pas de RPA exacte mais nous comparons deux approximations décrites dans le chapitre 5 pour les forces de Gogny, à savoir la RPA-Landau et la RPA-Landau monopolaire. Ici aussi, la RPA-Landau monopolaire est très suffisante pour reproduire l'effet des corrélations. L'annulation du libre parcours moyen est due à l'instabilité ferromagnétique qui induit de très grandes fluctuations de spin [Nav99]. Cependant, dans ce régime de fortes fluctuations, il faudrait rajouter d'autres corrélations aux corrélations RPA pour pouvoir rester prédictif. Nous ne prétendons donc pas que le libre parcours moyen s'annule à l'instabilité ferromagnétique mais que l'effet d'une classe de corrélations (celles de la RPA) est de réduire le libre parcours moyen. Des calculs RPA dans la matière de neutrons ont déjà été effectués. Souvent, l'interaction résiduelle n'est pas consistante avec l'équation d'état [Red99, Bur88] même si certains auteurs montrent la très grande sensibilité de la luminosité des neutrinos aux corrélations [Bur88]. Ici, nous avons présenté les résultats de trois forces effectives. Les calculs avec les forces de Skyrme ont déjà été effectués par [Nav99] mais contenaient une erreur de programmation que nous avons corrigée en concertation avec les auteurs.

La présence d'une phase dense de neutrinos (neutrinos dégénérés) modifie l'espace des phases accessible par un facteur de blocage de Pauli pour l'état final du neutrino (3).

On ajoute donc à l'intégrant le facteur $1 - f_\nu(E_3)$ avec $E_3 = E_1 - q_0$. A température nulle, ce facteur supprime la partie de l'espace des phases qui correspond aux énergies $q_0 > E_1 - \mu_\nu$. L'effet est donc important si $E_1 < \mu_\nu$. On représente sur la figure (7.7) le libre parcours moyen en fonction de μ_ν pour $E_1 = 90$ MeV et $T = 30$ MeV. On a fixé la densité à la densité de saturation et utilisé les forces effectives SLy230b et D1P. On obtient les mêmes résultats en RPA.

7.3 Matière asymétrique

On considère les deux cas extrêmes de la matière en équilibre β : la matière “dense en neutrinos” (neutrinos dégénérés) dans laquelle les neutrinos constituent une mer de Fermi, cet état correspondant aux premières secondes d'existence de la proto-étoile ; et la matière “pauvre en neutrinos” (neutrinos non-dégénérés) dans laquelle les neutrinos ne sont pas suffisamment nombreux pour constituer une mer de Fermi comparable à celles des autres particules. Cet état correspond à la fin de l'existence de la proto-étoile quand la plupart des neutrinos se sont déjà échappés. Dans cette phase, les neutrinos sont produits thermiquement par paires $\nu\bar{\nu}$ et l'on fixe le potentiel chimique $\mu_\nu = 0$. Les fractions protoniques dans la phase de neutrinos dégénérés et non-dégénérés sont compris entre 0.05 et 0.4 (cf. fig.2.12 et fig.2.13). D'après les résultats du chapitre 3 (cf. fig.3.4), l'instabilité ferromagnétique pour SLy230b est présente autour de $2\rho_0$ ce qui constitue la limitation en densité de nos calculs non-relativistes. Nous projetons d'utiliser dans la matière asymétrique l'interaction de Gogny pour laquelle les instabilités ferromagnétiques et d'isospin n'interviennent qu'à des densités très élevées ($6.57\rho_0$ et $6.90\rho_0$). On montre les résultats obtenus avec SLy230b jusqu'à environ 2 fois ρ_0 qui est la limite due à l'instabilité ferromagnétique et les résultats obtenus avec NL3. Cette discussion n'est pas exhaustive et nous nous limitons à décrire certains cas particuliers. Dans la matière “dense en neutrinos”, la fraction protonique est pratiquement constante en fonction de la densité et de la température alors que dans la matière “pauvre en neutrinos”, la température et la densité ont pour effet d'augmenter la fraction protonique. La présence des neutrinos a pour effet de rendre la matière plus riche en électrons, et donc en protons.

Commençons par la matière “pauvre en neutrinos”. On représente sur la figure (7.8) les libres parcours moyens λ_S pour la diffusion des neutrinos sur les neutrons (n), sur les protons (p) et sur les électrons (e) à deux températures $T = 20$ MeV et $T = 40$ MeV. Les neutrinos sont thermalisés avec la matière et on considère une énergie typique $E_1 = 3T$. La matière est très fortement neutronisée et la diffusion sur les neutrons donne un résultat très proche du cas de la matière pure de neutrons. Le processus d'absorption représenté sur la figure (7.9) domine les trois autres processus de diffusion et donne à lui seul pratiquement tout le taux de réaction et donc le libre parcours moyen. Les résultats

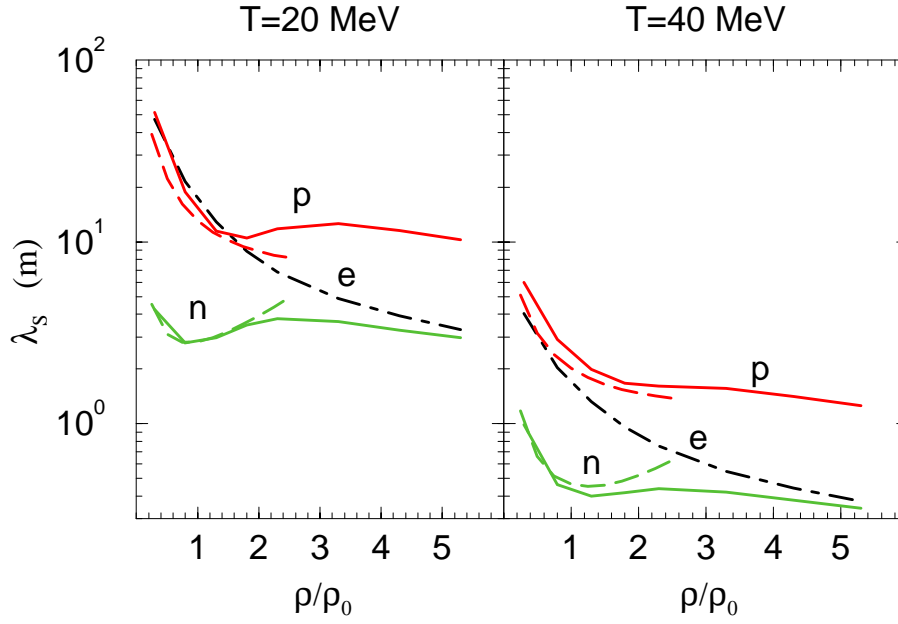


FIG. 7.8: Libres parcours moyens λ_s pour la diffusion dans la matière asymétrique sans neutrinos ($\mu_\nu = 0$), calculés à l'approximation du champ moyen pour NL3 (traits continus) et SLy230b (tirets). On a fixé $E_1 = 3T$.

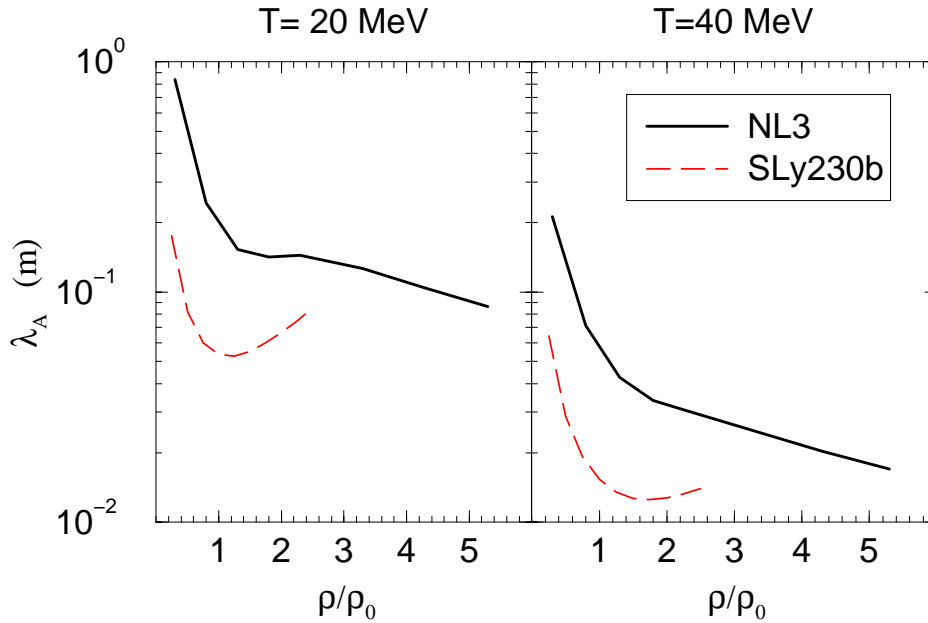


FIG. 7.9: Libres parcours moyens λ_A pour l'absorption dans la matière asymétrique sans neutrinos ($\mu_\nu = 0$), calculés à l'approximation du champ moyen pour NL3 (traits continus) et SLy230b (tirets). On a fixé $E_1 = 3T$ pour 2 températures $T = 20$ MeV et $T = 40$ MeV.

de NL3 et SLy230b sont en bon accord autour de ρ_0 , mais au delà, SLy230b prévoit une augmentation du libre parcours moyen alors que NL3 prédit une diminution. C'est un phénomène que nous avons déjà discuté dans la matière de neutrons.

Aux premiers instants de la proto-étoile à neutrons, les neutrinos sont dégénérés et la fraction leptonique est d'environ $Y_l = 0.4$. Progressivement, les neutrinos sortent et transportent avec eux une partie de la fraction leptonique qui diminue dans l'étoile. On présente maintenant les libres parcours moyens dans la phase initiale. La figure (7.10) montre les libres parcours moyens pour les processus impliquant les électrons, les protons et les neutrons : Ils sont plus petits que dans la matière "pauvre en neutrinos" parce qu'on a fixé l'énergie du neutrino (1) $E_1 = \mu_\nu$ (compris entre 100 et 200 MeV selon la densité). Les neutrinos peu énergétiques ($E_1 < \mu_\nu$) interagissent très peu et sortent quasi-instantanément du coeur de l'étoile. Le processus d'absorption (fig.7.11) est ici aussi dominant. On représente sur la figure (7.12) l'influence des corrélations RPA sur le libre parcours moyen avec SLy230b. Comme dans le cas de la matière de neutrons, l'instabilité ferromagnétique présente autour de $2\rho_0$ conduit à une annulation de λ_S . Ce phénomène est peu modifié par la température.

On retrouve le même comportement du libre parcours moyen pour différents processus dans les deux limites de la matière dense en neutrinos et dans la matière "pauvre" en neutrinos. Nous sommes en accord avec les calculs en champ moyen relativiste de [Red98].

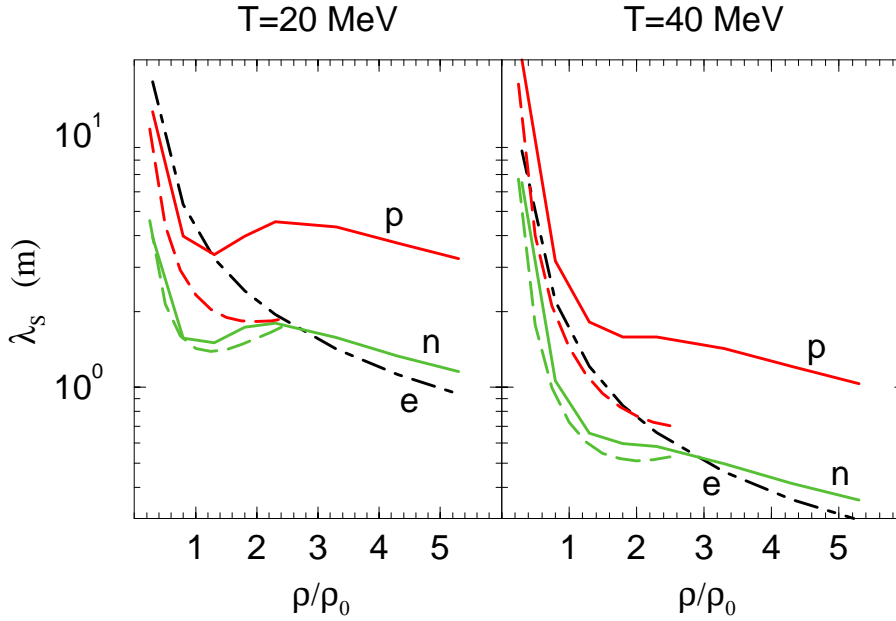


FIG. 7.10: Libres parcours moyens λ_S pour la diffusion dans la matière asymétrique avec neutrinos ($Y_l = 0.4$) calculés à l'approximation du champ moyen pour NL3 (traits continus) et SLy230b (tirets). On représente les résultats pour la diffusion sur les électrons (points-trait), sur les neutrons en tracé gris (traits continus pour NL3, tirets pour SLy230b) et sur les protons en tracé noir (traits continus pour NL3, tirets pour SLy230b). On a fixé $E_1 = \mu_\nu$.

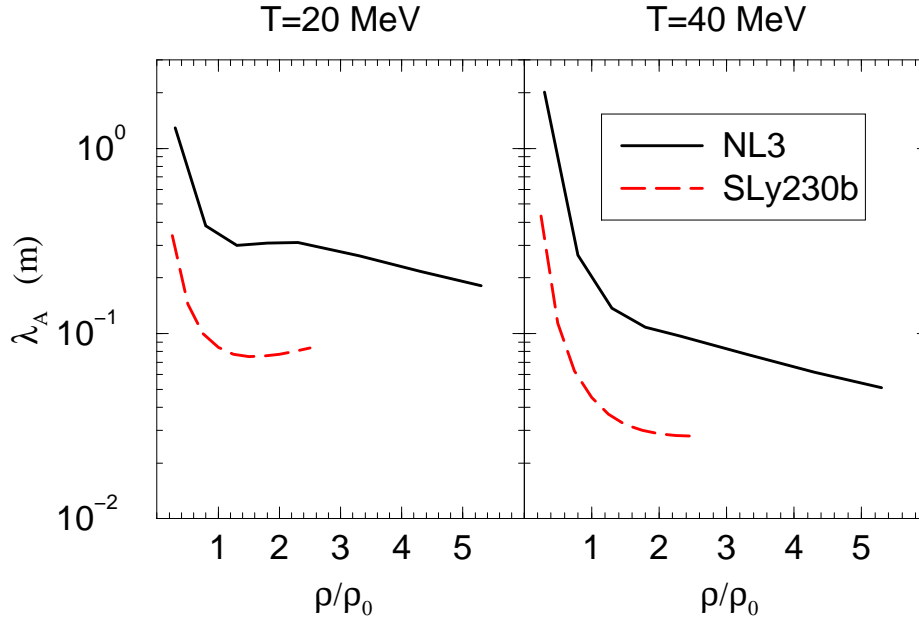


FIG. 7.11: Libres parcours moyens λ_A d'absorption dans la matière asymétrique avec neutrinos ($Y_l = 0.4$) calculés à l'approximation du champ moyen pour NL3 (traits continus) et SLy230b (tirets). On a fixé $E_1 = \mu_\nu$ pour 2 températures $T = 20$ MeV et $T = 40$ MeV.

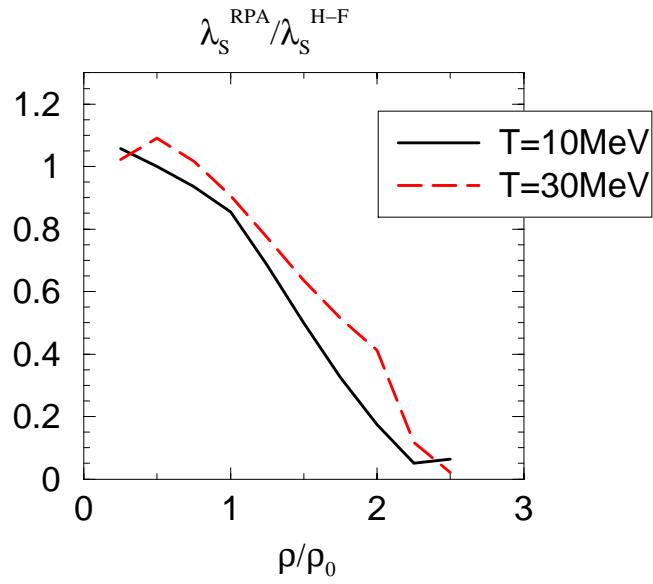


FIG. 7.12: Rapport des libres parcours moyens calculés en RPA et en Hartree-Fock pour la force SLy230b. L'influence de la température est très faible et repousse l'instabilité à une densité un peu plus élevée.

Chapitre 8

Conclusions et perspectives

”Les équations mathématiques lui apportaient des joies sereines et vives. Il avançait dans une semi-obscurité, et tout à coup il trouvait un passage : en quelques formules, en quelques factorisations audacieuses, il s’élevait jusqu’à un palier de sérénité lumineuse.”

Michel Houellebecq, Les particules élémentaires.

Ce travail comporte deux volets : l’étude des propriétés statiques de la matière nucléaire asymétrique avec différentes forces effectives (Skyrme, Gogny, Lagrangiens effectifs) et la réponse de la matière à une excitation extérieure. Nous appliquons ces concepts au cas pratique du calcul du libre parcours moyen des neutrinos dans le cœur d’une supernova.

De l’étude thermodynamique de la matière nucléaire, nous avons appris que parmi les forces de type Skyrme ayant une équation d’état acceptable, aucune n’est utilisable dans la matière asymétrique (pour une fraction protonique supérieure à 10^{-2}) au delà de $2\rho_0$. Par contre, dans la matière de neutrons, les forces SLy230a et SLy230b permettent de repousser cette limitation à environ $3.5\rho_0$. La force de type Gogny D1P et les différentes paramétrisations du champ moyen relativiste (NL3, NL-SH, . . .) ne présentent aucune instabilité dans la région de densité considérée ici. Le champ moyen relativiste standard qui fournit actuellement de très bons résultats pour la description des propriétés des noyaux semble surestimer l’énergie par particules dans les régions de haute densité.

Le traitement complet des corrélations avec une force de type Skyrme a été développé récemment [Gar92, Nav99] et nous avons appliqué cette technique au cas de la matière de neutrons. Nous envisageons de traiter de la même façon les fonctions de réponse dans la matière asymétrique. Le vaste domaine de stabilité que nous offre la force D1P nous incite à l’utiliser pour pallier aux carences des forces de type Skyrme. Cependant, le calcul de la susceptibilité non-corrélée n’est pas analytique et implique un temps de calcul très important, ce qui pourrait pénaliser son utilisation dans les codes d’évolution dynamique des proto-étoiles. Ainsi, nous avons donc proposé une approximation que nous savons contrôler avec un calcul exact. Le traitement complet de l’interaction résiduelle n’est pas

possible et nous tronquons l'interaction à l'approximation de Landau avec les termes monopolaires et dipolaires. Nous projetons d'inclure aussi les termes quadrupolaires et d'étudier une variante de l'approximation de Landau où nous garderions une dépendance en q après avoir placé les particules sur leurs surfaces de Fermi respectives. Au delà de la densité de saturation ρ_0 , le moment de Fermi des nucléons peut devenir comparable à la masse effective et donc un calcul complètement relativiste peut être plus approprié. Nous présentons ici les résultats à l'approximation Hartree du champ moyen relativiste et nous pensons avoir identifié des effets dans le calcul du libre parcours moyen dûs au traitement relativiste.

Enfin, nous calculons la diffusion et l'absorption de neutrinos sur des fluctuations de la matière avec ces trois approches et nous montrons que l'effet du milieu, à l'approximation du champ moyen, induit une augmentation du libre parcours moyen par rapport au gaz de Fermi libre souvent utilisé dans les modèles dynamiques. Ceci implique que les neutrinos sortent très rapidement de la proto-étoile à neutrons et vont chauffer le gaz en expansion plus tôt que dans les modèles actuels. Le traitement des corrélations résiduelles est nécessaire pour évaluer le libre parcours moyen et nous montrons dans le cas de la force de Skyrme que le terme monopolaire est déjà suffisant pour donner l'effet des corrélations. Ceci n'exclut cependant pas l'intérêt d'un traitement complet. Pour les forces de type Skyrme, l'instabilité ferromagnétique systématiquement présente à basse densité ($\sim 2\rho_0$) est ressentie bien avant d'atteindre la densité critique et conduit à l'annulation du libre parcours moyen. Nos calculs ne nous permettent donc pas de prédire le comportement véritable du libre parcours moyen au moment de l'instabilité car il faudrait ajouter d'autres diagrammes au calcul RPA. Ce phénomène n'est pas présent avec la force D1P ni dans le modèle relativiste non-présenté ici à cause de l'absence d'instabilité.

Aux perspectives proches déjà mentionnées, nous voudrions ajouter des projets à plus longue échéance. D'abord, nous travaillons actuellement sur une façon d'aller au delà de la contribution à une boucle et d'inclure dans le calcul du libre parcours moyen la diffusion sur des fluctuations se couplant elles mêmes au milieu avant de s'annihiler. Un premier travail est en voie d'achèvement et il concerne le calcul dans la matière pure de neutrons du processus sans échange de charge. Nous projetons ensuite d'effectuer ce calcul dans la matière nucléaire pour le processus d'échange de charge. Nous avons choisi pour ce calcul de nous placer dans le cadre des modèles relativistes.

Aussi, nous voudrions poursuivre les calculs RPA des fonctions de réponses et des sections efficaces avec des modèles relativistes, peu abordés dans cette thèse et contenant des approximations et erreurs répétées d'auteurs en auteurs [Red99, Sai89]. Nous avons

commencé ces calculs de telle sorte qu'ils soient aussi utilisables pour évaluer des fluctuations du type résonance-trou. En effet, l'énergie des neutrinos dépasse 200 MeV et ils peuvent induire des excitations Δ -trou. Ces excitations augmentent la section efficace (nouveau degré de liberté) et sont connus pour modifier l'interaction neutrinos-noyaux [Mar98].

Enfin, ce travail a été effectué dans le cadre du modèle standard qui commence à être remis en cause par des résultats expérimentaux nouveaux comme les nouveaux résultats sur le moment magnétique des muons [Cza01] ou les mesures d'oscillation des neutrinos solaires. Ce dernier résultat conduirait à renouveler le secteur leptonique du modèle standard en attribuant des masses aux neutrinos et peut-être aussi en augmentant le nombre de familles. Les neutrinos massifs modifieraient l'équation d'état de la matière en équilibre β , et l'oscillation des neutrinos dans la matière pourrait-être modifiée par rapport au vide à cause des termes d'interférences dus aux masses différentes des neutrinos (effet MSW). Il serait intéressant d'étudier l'influence sur le libre parcours moyen des neutrinos des nouveaux modèles.

Pour finir, un nouveau type d'étoiles est actuellement étudié : les étoiles étranges constituées de quarks étranges. La conversion de la matière nucléaire à la matière de quarks fournirait autant d'énergie qu'une supernova et ici aussi, les neutrinos seraient essentiels à l'évacuation de cette énergie. Le calcul du libre parcours moyen des neutrinos dans la matière de quarks étranges fournit un ingrédient clef à la réalisation d'un tel scénario.

Annexe A

Les différentes paramétrisations

A.1 Paramétrisations des forces de Skyrme

L'article [Cha97] contient toutes les paramétrisations des forces de Skyrme utilisées ici.

A.2 Paramétrisations des forces de Gogny

	D1	D1S	D1P
μ_1	0.7	0.7	0.9
μ_2	1.2	1.2	1.44
W_1	-402.4	-1720.3	-372.89
B_1	-100	1300	62.69
H_1	-496.2	-1813.53	-464.51
M_1	-23.56	1397.6	-31.49
W_2	-21.3	103.639	34.62
B_2	-11.77	-163.483	-14.08
H_2	37.27	162.812	70.95
M_2	-68.81	-223.934	-20.96
t_3^1	1360	1390	1025.9
x_3^1	1	1	1190.04/1025.9
σ^1	1/3	1/3	0.33
t_3^2	0	0	256.02
x_3^2	0	0	-513.84/256.02
σ^2	1	1	0.1737

TAB. A.1: Paramétrisation des forces de Gogny.

A.3 Paramétrisations relativistes

	NL1	NL-SH	NL3	TM1	GM1	GM :200 :0.7
$(g_\sigma/m_\sigma)^2 \text{ (fm}^2\text{)}$	16.512	15.334	15.734	14.982	11.792	12.684
$(g_\omega/m_\omega)^2 \text{ (fm}^2\text{)}$	11.206	10.640	10.527	10.103	7.150	7.148
$(g_\rho/m_\rho)^2 \text{ (fm}^2\text{)}$	6.623	5.138	5.354	5.635	4.410	4.410
$b \times 100$	0.2455	0.1274	0.2055	0.1508	0.295	0.561
$c \times 100$	-0.3433	-0.1331	-0.2651	0.00618	-0.1070	-0.6986
c_3				71.3075		
m_N	938	939	939	938	938	938
m_σ	492.25	526.059	508.194	511.198	500	500
m_ω	795.36	783.0	782.501	783.0	780	780
m_ρ	763.0	763.0	763.0	770.0	760	760

TAB. A.2: Paramétrisation des forces relativistes.

Annexe B

Densité d'énergie dans la matière asymétrique en spin et en isospin

Dans le volume Ω , l'énergie de liaison est

$$E = \langle T + V \rangle \quad (\text{B.1})$$

$$= \sum_i \langle i | t | i \rangle + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \langle ij | \tilde{V}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) | ij \rangle \quad (\text{B.2})$$

$$= \int_{\Omega} \mathcal{H}_N d^3r = \Omega \mathcal{H}_N \quad (\text{B.3})$$

\mathcal{H}_N est la densité d'énergie des nucléons dont l'interaction est décrite par une force de Skyrme. L'énergie par particule s'obtient par $E/A = \mathcal{H}_N/\rho$.

B.1 Avec la force de Skyrme

On en déduit l'expression de la fonctionnelle d'énergie dans le cas général de la matière asymétrique non saturée en spin dont l'interaction est décrite par une force de Skyrme 2.17 :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_N^S = & \left\{ \frac{\hbar^2}{2m_n} + \frac{t_1 + t_2}{4}\rho + \frac{-x_1 t_1 + x_2 t_2}{4}\rho_n \right\} \{\tau_{n+} + \tau_{n-}\} \\ & + \left\{ \frac{\hbar^2}{2m_p} + \frac{t_1 + t_2}{4}\rho + \frac{-x_1 t_1 + x_2 t_2}{4}\rho_p \right\} \{\tau_{p+} + \tau_{p-}\} \\ & + \frac{x_1 t_1 + x_2 t_2}{4} \left((\tau_{n+} + \tau_{p+})\rho_+ + (\tau_{n-} + \tau_{p-})\rho_- \right) \\ & + \frac{-t_1 + t_2}{4} \left(\tau_{n+}\rho_{n+} + \tau_{p+}\rho_{p+} + \tau_{n-}\rho_{n-} + \tau_{p-}\rho_{p-} \right) \\ & - \frac{1}{2} \left\{ t_0 + \frac{1}{6}t_3\rho^\sigma \right\} \left(\rho_{n+}^2 + \rho_{n-}^2 + \rho_{p+}^2 + \rho_{p-}^2 - \rho^2 \right) \\ & + \frac{1}{2} \left\{ x_0 t_0 + \frac{1}{6}x_3 t_3\rho^\sigma \right\} \left(\rho_+^2 + \rho_-^2 - (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Dans cette expression, τ_{\pm} (respectivement ρ_{\pm}) désigne la densité d'énergie cinétique (respectivement la densité de particules) correspondant à un spin up ou down, et les indices n,p réfèrent aux neutrons et aux protons. La densité totale de nucléons est alors donnée par $\rho_N = \rho_{n+} + \rho_{n-} + \rho_{p+} + \rho_{p-} = \rho_n + \rho_p = \rho_+ + \rho_-$. La densité d'une espèce i est donnée par $\rho_i = g_i \int f(E^i)$, où g_i est la dégénérescence et $f(E)$ la distribution de Fermi-Dirac. La densité d'énergie cinétique d'une espèce i $\tau_i = g_i \int k^2 f(E^i)$.

A température nulle, on obtient $\rho_i = g_i k_{Fi}^3 / 6\pi^2$ et $\tau_i = \frac{3}{5} \rho_i k_{Fi}^2 = \frac{3}{5} (6\pi^2/g)^{2/3} \rho_i^{5/3}$.

B.2 Avec la force de Gogny

Pour une force de Gogny 2.17, la densité d'énergie s'écrit

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_N^G &= \frac{\hbar^2}{2m} (\tau_p \rho_p + \tau_n \rho_n) \\
&+ \frac{1}{2} \pi \sqrt{\pi} \mu^3 \left\{ (W \rho + B(\rho_+^2 + \rho_-^2)/\rho - H(\rho_n^2 + \rho_p^2)/\rho - M \sum_{\tau\sigma} \rho_{\tau\sigma}^2 / \rho) \right\} \\
&- \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{W}{\rho} \sum_{\tau\sigma} \rho_{\tau\sigma} F(\mu k_F^{\tau\sigma}) + \frac{B}{\rho} \sum_{\tau} \rho_{\tau} F(\mu k_F^{\tau}) - \frac{H}{\rho} \sum_{\sigma} \rho_{\sigma} F(\mu k_F^{\sigma}) - M F(\mu k_F) \right\} \\
&- \frac{1}{2} t_3 \rho^{\sigma} \left(\sum_{\tau\sigma} \rho_{\tau\sigma}^2 - \rho^2 \right) + \frac{1}{2} x_3 t_3 \rho^{\sigma} \left(\rho_+^2 + \rho_-^2 - (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right) \quad (B.5)
\end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}
F(z) &= \int_0^z dx (2x^2 - 3x^3/z + x^5/z^3) e^{-x^2} \\
&= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf}(z) + \frac{1}{2z^3} \left((z^2 - 2) e^{-z^2} + 2 - 3z^2 \right) \quad (B.6)
\end{aligned}$$

Annexe C

Paramètres de Landau

On peut écrire l'interaction résiduelle en terme des paramètres de Landau

$$V_{ph}(q=0) = \sum_{\tau\tau'} V_{ph}^{\tau\tau'}(q=0) \quad (C.1)$$

$$= \sum_{l,\tau\tau'} \left(f_l^{\tau\tau'} + g_l^{\tau\tau'} \sigma_1 \cdot \sigma_2 \right) P_l(\cos \theta) \quad (C.2)$$

$$= 2 \sum_{\tau\tau'} V_{ph}^{\tau\tau'(0)} P^{(0)} + V_{ph}^{\tau\tau'(1)} P^{(1)} \quad (C.3)$$

où P sont les opérateurs de spin : $1/2$ et $\sigma_1 \cdot \sigma_2/2$. En général, on ne sait pas comment les éléments d'interaction $V_{ph}^{\tau\tau'}$ se décomposent sur la base des polynomes de Legendre. Pour relier les paramètres de Landau aux éléments d'interaction, on effectue la transformation suivante :

$$f_{l'}^{\tau\tau'} = \frac{1}{2} \frac{2l'+1}{2} \int_{-1}^1 du P_{l'}(u) V_{ph}^{\tau\tau'(0)} \quad (C.4)$$

$$g_{l'}^{\tau\tau'} = \frac{1}{2} \frac{2l'+1}{2} \int_{-1}^1 du P_{l'}(u) V_{ph}^{\tau\tau'(1)} \quad (C.5)$$

C.1 Skyrme

On peut relier les paramètres de Landau aux fonctions W_1 et W_2 selon

$$f_0^{(\tau\tau)} = \frac{1}{2} W_1^{(\tau\tau,0)}(q=0) + W_2^{(\tau\tau,0)} k_{F\tau}^2 \quad (C.6)$$

$$f_1^{(\tau\tau)} = -W_2^{(\tau\tau,0)} k_{F\tau}^2 \quad (C.7)$$

$$f_0^{(\tau-\tau)} = \frac{1}{2} W_1^{(\tau-\tau,0)}(q=0) + \frac{1}{2} W_2^{(\tau-\tau,0)} (k_{F\tau}^2 + k_{F-\tau}^2) \quad (C.8)$$

$$f_1^{(\tau-\tau)} = -W_2^{(\tau-\tau,0)} k_{F\tau} k_{F-\tau} \quad (C.9)$$

les paramètres g sont obtenus avec les mêmes formules en remplaçant 0 par 1.

Pour étudier l'instabilité ferromagnétique, nous avons besoin explicitement de

$$g_0^{nn} = \frac{1}{2} \left(t_0(x_0 - 1) + \frac{1}{6} t_3(x_3 - 1) \rho^\sigma \right) + \frac{1}{4} \left(t_1(x_1 - 1) + t_2(x_2 + 1) \right) k_F^{n2} \quad (\text{C.10})$$

$$g_0^{np} = \frac{1}{2} \left(t_0 x_0 + \frac{1}{6} t_3 x_3 \rho^\sigma \right) + \frac{1}{8} (t_1 x_1 + t_2 x_2) \left(k_F^{p2} + k_F^{n2} \right) \quad (\text{C.11})$$

La densité d'état des neutrons et des protons est

$$N_0^\tau = \frac{g m_\tau^* k_F^\tau}{2\pi^2 \hbar^2} \quad (\text{C.12})$$

On définit alors les paramètres de Landau sans dimension :

$$G_0^{\tau\tau} = N_0^\tau g_0^{\tau\tau} \quad (\text{C.13})$$

$$G_0^{np} = \sqrt{N_0^n N_0^p} g_0^{np} \quad (\text{C.14})$$

C.2 Gogny

On trouve dans le canal pp ($k_F = k_F^p$) :

$$f_0^{(pp)} = \frac{1}{2} (2W + B - 2H - M) + \frac{1}{2} (H + 2M - W - 2B) \frac{1}{k_F^2 \mu^2} \left(1 - e^{-k_F^2 \mu^2} \right) \quad (\text{C.15})$$

$$g_0^{(pp)} = \frac{1}{2} (B - M) + \frac{1}{2} (H - W) \frac{1}{k_F^2 \mu^2} \left(1 - e^{-k_F^2 \mu^2} \right) \quad (\text{C.16})$$

$$f_1^{(pp)} = (H + 2M - W - 2B) \frac{3}{2k_F^4 \mu^4} \left\{ (\mu^2 k_F^2 - 2) + (\mu^2 k_F^2 + 2) e^{-k_F^2 \mu^2} \right\} \quad (\text{C.17})$$

$$g_1^{(pp)} = (H - W) \frac{3}{2k_F^4 \mu^4} \left\{ (\mu^2 k_F^2 - 2) + (\mu^2 k_F^2 + 2) e^{-k_F^2 \mu^2} \right\} \quad (\text{C.18})$$

Et dans le canal np :

$$f_0^{(np)} = \frac{1}{2} (2W + B) + \frac{1}{2} (H + 2M) \frac{1}{k_F^n k_F^p \mu^2} \left(e^{-(k_F^n - k_F^p)^2 \mu^2 / 4} - e^{-(k_F^n + k_F^p)^2 \mu^2 / 4} \right) \quad (\text{C.19})$$

$$g_0^{(np)} = \frac{1}{2} B + \frac{1}{2} H \frac{1}{k_F^n k_F^p \mu^2} \left(e^{-(k_F^n - k_F^p)^2 \mu^2 / 4} - e^{-(k_F^n + k_F^p)^2 \mu^2 / 4} \right) \quad (\text{C.20})$$

$$\begin{aligned} f_1^{(np)} = & (H + 2M) \frac{3}{2(k_F^n k_F^p \mu^2)^2} \left\{ \left(k_F^n k_F^p \mu^2 - 2 \right) e^{-(k_F^n - k_F^p)^2 \mu^2 / 4} \right. \\ & \left. + \left(k_F^n k_F^p \mu^2 + 2 \right) e^{-(k_F^n + k_F^p)^2 \mu^2 / 4} \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.21})$$

$$\begin{aligned} g_1^{(np)} = & H \frac{3}{2(k_F^n k_F^p \mu^2)^2} \left\{ \left(k_F^n k_F^p \mu^2 - 2 \right) e^{-(k_F^n - k_F^p)^2 \mu^2 / 4} + \left(k_F^n k_F^p \mu^2 + 2 \right) e^{-(k_F^n + k_F^p)^2 \mu^2 / 4} \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.22})$$

Il ne faut pas oublier de multiplier le tout par $\pi \sqrt{\pi} \mu^3$ et de sommer sur l'indice i .

C.3 Formulaire

$$\int_0^\infty dr e^{-\alpha r^2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \quad (\text{C.23})$$

$$\int_0^\infty dr r^2 e^{-r^2/\mu^2} = \frac{\mu^3}{4} \sqrt{\pi} \quad (\text{C.24})$$

$$\int_0^\infty dr r \sin kr e^{-r^2/\mu^2} = \frac{\mu^3}{4} \sqrt{\pi} k e^{-\frac{1}{4}\mu^2 k^2} \quad (\text{C.25})$$

Relation d'orthogonalité entre les polynômes de Legendre :

$$\int_{-1}^1 dx P_l(x) P_{l'}(x) = \frac{2}{2l+1} \delta_{ll'} \quad (\text{C.26})$$

Annexe D

Susceptibilités généralisées

D.1 Voie sans échange de charge (χ_{2i}^n, χ_{2i}^p)

La partie imaginaire des susceptibilités généralisées est donnée dans la référence [Her96] :

$$\mathcal{Im} \chi_0(q, T) = \frac{m^* T}{4\pi q} \log \frac{1 + e^{-(\epsilon_+ - \mu)/T}}{1 + e^{-(\epsilon_- - \mu)/T}} \quad (\text{D.1})$$

$$\mathcal{Im} \chi_2(q, T) = \frac{\epsilon_+ + \epsilon_-}{2\epsilon_F} \mathcal{Im} \chi_0(q, q_0, T) - \frac{m^* T}{4\pi q \epsilon_F} \int_{\epsilon_-}^{\epsilon_+} d\epsilon \log[1 + e^{-(\epsilon - \mu)/T}] \quad (\text{D.2})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{Im} \chi_4(q, T) = & \frac{\epsilon_+^2 + \epsilon_-^2}{2\epsilon_F^2} \mathcal{Im} \chi_0(q, q_0, T) - \frac{m^* T}{4\pi q \epsilon_F^2} \left\{ 2 \int_{\epsilon_-}^{\epsilon_+} d\epsilon \log[1 + e^{-(\epsilon - \mu)/T}] \right. \\ & \left. + q_0 \int_{\epsilon_-}^{\infty} d\epsilon \log[1 + e^{-(\epsilon - \mu)/T}] + q_0 \int_{\epsilon_+}^{\infty} d\epsilon \log[1 + e^{-(\epsilon - \mu)/T}] \right\} \quad (\text{D.3}) \end{aligned}$$

avec $\epsilon_{\pm} = (m^* q_0 / q \pm q/2)^2 / 2m^*$.

On obtient la partie réelle des susceptibilités généralisées à température finie à partir de leur forme analytique à température nulle selon

$$\mathcal{Re} \chi_{2i}(q, T) = - \int_0^{\infty} df(k) \mathcal{Re} \chi_{2i}(q, T=0, k_F = k) \quad (\text{D.4})$$

La partie réelle des polarisations à températures finies est donnée dans la référence [Gar92] avec $k = q/2k_F$, $\nu = q_0 m^* / q k_F$

$$\mathcal{Re} \chi_0(q, T=0) = -\frac{m^* k_F}{4\pi^2} [1 + A_+ + A_-] \quad (\text{D.5})$$

$$\mathcal{Re} \chi_2(q, T=0) = -\frac{m^* k_F}{8\pi^2} [3 + k^2 - \nu^2 + (1 + (k - \nu)^2)A_+ + (1 + (k + \nu)^2)A_-] \quad (\text{D.6})$$

$$\mathcal{Re} \chi_4(q, T=0) = -\frac{m^* k_F}{12\pi^2} \left[5 + \frac{49}{3} k^2 + k^4 - \nu^2 + 16k^2 \nu^2 - \nu^4 + B_+ + B_- \right] \quad (\text{D.7})$$

avec

$$A_{\pm} = \frac{1}{4k} [1 - (k \pm \nu)^2] \log \left| \frac{k \pm \nu + 1}{k \pm \nu - 1} \right| \quad (\text{D.8})$$

$$B_{\pm} = (1 + k^2 + k^4 \mp 4k\nu \mp 2k^3\nu + \nu^2 + 18k^2\nu^2 \mp 2k\nu^3 + \nu^4) A_{\pm} \quad (\text{D.9})$$

D.2 Voie d'échange de charge (χ_0^{pn-1})

La partie imaginaire est donnée par

$$\mathcal{Im} \chi_0(q, T) = -\frac{m_n^* m_p^*}{4\pi q} \left\{ \int d\epsilon_n(\epsilon) - \int d\epsilon_p(\epsilon) \right\} \quad (\text{D.10})$$

On obtient les parties réelles des susceptibilités généralisées à température finie à partir de leur forme analytique à température nulle selon

$$\mathcal{Re} \chi_{2i}(q, T) = - \int_0^\infty df_n(E) \mathcal{Re} \chi_{2i}(q, T=0, \mu_n = E) \mu_p \text{ inchangé} \quad (\text{D.11})$$

$$= - \int_0^\infty df_p(E) \mathcal{Re} \chi_{2i}(q, T=0, \mu_p = E) \mu_n \text{ inchangé} \quad (\text{D.12})$$

Annexe E

Polarisations Hartree

Nous présentons ici les expressions pour les polarisabilités relativistes introduites dans le chapitre 6. Nous avons corrigé les erreurs apparaissant dans la référence [Red99].

E.1 Parties imaginaires

Le propagateur des nucléons est donné par

$$\tilde{G}_i(p) = \tilde{G}_i^F(p) + G_i^D(p) \quad (\text{E.1})$$

$$\tilde{G}_i^F(p) = \frac{\not{p}^* + M_i^*}{p^{*2} - M_i^{*2} + i\eta\epsilon} \quad (\text{E.2})$$

où $\eta = 1$ pour $p_0^* \geq 0$ et $\eta = -1$ pour $p_0^* \leq 0$. On déduit les fonctions de corrélations particule-trou où l'indice D est sous-entendu.

$$\begin{aligned} \mathcal{I}m \Pi_L(q) = & -2\pi \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left[\frac{E_{p,2}^{*2} - \vec{p}^2 \chi^2 + M_2^* M_4^* - M_2^{*2}}{E_{p,2}^* E_{p+q,4}^*} \Gamma_1 \right. \\ & \left. + \frac{E_{p,4}^{*2} - \vec{p}^2 \chi^2 + M_2^* M_4^* - M_4^{*2}}{E_{p,4}^* E_{p+q,2}^*} \Gamma_2 \right] \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}m \Pi_T(q) = & -\pi \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} (\vec{p}^2 (1 - \chi^2) - \frac{1}{2} q_\mu^2 + \frac{1}{2} (M_2^* - M_4^*)^2) \\ & \left[\frac{\Gamma_1}{E_{p,2}^* E_{p+q,4}^*} + \frac{\Gamma_2}{E_{p,4}^* E_{p+q,2}^*} \right] \end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

$$\mathcal{I}m \Pi^A(q) = 2\pi \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} M_2^* M_4^* \left[\frac{\Gamma_1}{E_{p,2}^* E_{p+q,4}^*} + \frac{\Gamma_2}{E_{p,4}^* E_{p+q,2}^*} \right] \quad (\text{E.5})$$

$$\mathcal{I}m \Pi_{VA}^3(q) = -\pi \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \vec{p} \chi \left[\frac{\Gamma_1}{E_{p,2}^* E_{p+q,4}^*} + \frac{\Gamma_2}{E_{p,4}^* E_{p+q,2}^*} \right] \quad (\text{E.6})$$

$$\mathcal{Im} \Pi_{VA}^0(q) = -\pi \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left[\frac{E_{p,2}^* \Gamma_1}{E_{p,2}^* E_{p+q,4}^*} + \frac{E_{p,4}^* \Gamma_2}{E_{p,4}^* E_{p+q,2}^*} \right] \quad (\text{E.7})$$

$$\mathcal{Im} \Pi_S(q) = -\frac{\pi}{2} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} ((M_2^* + M_4^*)^2 - q_\mu^2) \left[\frac{\Gamma_1}{E_{p,2}^* E_{p+q,4}^*} + \frac{\Gamma_2}{E_{p,4}^* E_{p+q,2}^*} \right] \quad (\text{E.8})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{Im} \Pi_M(q) = & -\pi \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left[\frac{(M_2^* + M_4^*) E_{p,2}^* + M_2^* q_0}{E_{p,2}^* E_{p+q,4}^*} \Gamma_1 \right. \\ & \left. + \frac{(M_2^* + M_4^*) E_{p,4}^* - M_4^* q_0}{E_{p,4}^* E_{p+q,2}^*} \Gamma_2 \right] \end{aligned} \quad (\text{E.9})$$

où les facteurs Γ_i sont donné par

$$\Gamma_1 = F(E_{p,2}^*, E_{p+q,4}^*) \delta(q_0 + E_{p,2} - E_{p+q,4}) + F(E_{p,2}^*, -E_{p+q,4}^*) \delta(q_0 + E_{p,2} + E_{p+q,4}) \quad (\text{E.10})$$

$$\Gamma_2 = F(E_{p,4}^*, E_{p+q,2}^*) \delta(q_0 - E_{p,4} + E_{p+q,2}) + F(E_{p,4}^*, -E_{p+q,2}^*) \delta(q_0 - E_{p,4} - E_{p+q,2}) \quad (\text{E.11})$$

et les facteurs F sont

$$F(e_{p,2}^*, e_{p+q,4}^*) = \begin{cases} f(e_{p,2}^*) [1 - f(e_{p+q,4}^*)] + \bar{f}(e_{p,4}^*) [D_r - \bar{f}(e_{p+q,2}^*)], & e_4^* > 0 \\ f(e_{p,2}^*) [D_r - \bar{f}(-e_{p+q,4}^*)] + \bar{f}(-e_{p,4}^*) [1 - f(e_{p+q,2}^*)], & e_4^* < 0 \end{cases} \quad (\text{E.12})$$

$$E_{p,i} = E_{p,i}^* - \Sigma_i^0, \quad E_{p,i}^* = \sqrt{\bar{p}^2 + M_i^{*2}}, \quad \bar{q} = |\vec{q}| \quad (\text{E.13})$$

où $f(E)$ et $\bar{f}(E)$ sont des distributions de Fermi pour les particules et les anti-particules. On pose $D_r = 1$ pour les électrons et -1 pour les nucléons. On utilise alors les fonctions δ pour réduire l'intégration sur les moment à une intégration à une dimension sur l'énergie.

$$\begin{aligned} \mathcal{Im} \Pi_L(q) = & -\sum_{i=1}^4 \int_{e_-^i}^\infty \frac{dE}{2\pi} \frac{\tilde{q}_\mu^2}{\bar{q}^3} \left[(E \pm \frac{\tilde{q}_0 \beta_i}{2})^2 - \frac{\bar{q}^2}{4} \beta_i^2 \right. \\ & \left. + \frac{\bar{q}^2}{\tilde{q}_\mu^2} (M_2^{*2} M_4^{*2} - M_{I_c}^{*2}) \right] F_i \end{aligned} \quad (\text{E.14})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{Im} \Pi_T(q) = & \sum_{i=1}^4 \int_{e_-^i}^\infty \frac{dE}{4\pi} \frac{\tilde{q}_\mu^2}{\bar{q}^3} \left[(E \pm \frac{\tilde{q}_0 \beta_i}{2})^2 - \frac{\bar{q}^2}{4} \beta_i^2 \right. \\ & \left. + \frac{2M_{I_c}^{*2} - (M_2^* - M_4^*)^2 + q_\mu^2}{2\bar{q}} \right] F_i \end{aligned} \quad (\text{E.15})$$

$$\mathcal{I}m \Pi^A = \sum_{i=1}^4 \int_{e_-^i}^{\infty} \frac{dE}{2\pi} \frac{M_2^* M_4^*}{\bar{q}} F_i \quad (\text{E.16})$$

$$\mathcal{I}m \Pi_{VA}^3 = \sum_{i=1}^4 \int_{e_-^i}^{\infty} \frac{dE}{8\pi \bar{q}^2} (\tilde{q}_\mu^2 \beta_i \pm 2\tilde{q}_0 E) F_i \quad (\text{E.17})$$

$$\mathcal{I}m \Pi_{VA}^0 = - \sum_{i=1}^4 \int_{e_-^i}^{\infty} \frac{dE}{4\pi \bar{q}} E F_i \quad (\text{E.18})$$

$$\mathcal{I}m \Pi_S = - \sum_{i=1}^4 \int_{e_-^i}^{\infty} \frac{dE}{8\pi \bar{q}} [(M_2^* + M_4^*)^2 - q_\mu^2] F_i \quad (\text{E.19})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}m \Pi_M &= - \int_{e_-^i}^{\infty} \frac{dE}{4\pi \bar{q}} [(M_2^* + M_4^*)E + M_2^* q_0] F_1 \\ &\quad - \int_{e_-^i}^{\infty} \frac{dE}{4\pi \bar{q}} [(M_2^* + M_4^*)E - M_4^* q_0] F_2 \end{aligned} \quad (\text{E.20})$$

et

$$\begin{aligned} F_1 &= F(E, E + \tilde{q}_0), \quad F_2 = F(E, -\tilde{q}_0 - E) \\ F_3 &= F(E, E - \tilde{q}_0), \quad F_4 = F(E, \tilde{q}_0 - E) \end{aligned} \quad (\text{E.21})$$

Dans certaines expressions figurent le symbole \pm qui signifie $+$ pour $i = 1, 2$ et $-$ pour $i = 3, 4$. De plus, l'indice I_c qui figure dans l'expression (E.15) vaut 2 pour $i = 1, 2$ et 4 pour $i = 3, 4$. La borne d'intégration est donnée par

$$\begin{aligned} e_-^i &= \frac{\bar{q}}{2} \sqrt{\beta_i^2 - \frac{4M_2^{*2}}{\tilde{q}_\mu^2} - \frac{\tilde{q}_0 \beta_i}{2}}, \quad i = 1, 2 \\ e_-^i &= \frac{\bar{q}}{2} \sqrt{\beta_i^2 - \frac{4M_4^{*2}}{\tilde{q}_\mu^2} + \frac{\tilde{q}_0 \beta_i}{2}}, \quad i = 3, 4 \end{aligned} \quad (\text{E.22})$$

avec

$$\tilde{q}_\mu^2 = \tilde{q}_0^2 - \bar{q}^2, \quad \tilde{q}_0 = q_0 - \Sigma_2^0 + \Sigma_4^0 \quad (\text{E.23})$$

$$\beta_{1,2} = 1 + \frac{M_2^{*2} - M_4^{*2}}{\tilde{q}_\mu^2}, \quad \beta_{3,4} = 1 + \frac{M_4^{*2} - M_2^{*2}}{\tilde{q}_\mu^2} \quad (\text{E.24})$$

On a les relations suivantes : $\tilde{q}_0 \leq -(M_2^{*2} + M_4^{*2})$ pour $i = 2$, et $\tilde{q}_0 \geq (M_2^{*2} + M_4^{*2})$ pour $i = 4$.

Pour la diffusion, $2 = 4$ et $\tilde{q}_\mu^2 = q_\mu^2 \leq 0$, alors que pour l'absorption $\tilde{q}_\mu^2 \neq q_\mu^2$ ce qui rend possible $\tilde{q}_\mu^2 \geq 0$.

E.2 Parties réelles

Les formules qui suivent constituent la généralisation des formules [Sai89] où figure une erreur d'un facteur 2. Cette erreur a ensuite été reproduite dans les expressions présentées par [Red99].

$$\begin{aligned} \mathcal{R}e \Pi_L(q) = & 4 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{p_0^*} \left[\frac{p_0^{*2} - \bar{p}^2 \chi^2 + M_2^* M_4^* - M_2^{*2}}{q_\mu^2 + 2p_\mu^* q^\mu + M_2^{*2} - M_4^{*2}} f(E_{p,2}^*)|_{p_0^*=E_{p,2}^*} \right. \\ & \left. + \frac{p_0^{*2} - \bar{p}^2 \chi^2 + M_2^* M_4^* - M_4^{*2}}{q_\mu^2 - 2p_\mu^* q^\mu + M_4^{*2} - M_2^{*2}} f(E_{p,4}^*)|_{p_0^*=E_{p,4}^*} \right] \end{aligned} \quad (\text{E.25})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{R}e \Pi_T(q) = & 2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{p_0^*} \left[\frac{\bar{p}^2(1 - \chi^2) + p_\mu^* q^\mu - (M_2^* M_4^* - M_2^{*2})}{q_\mu^2 + 2p_\mu^* q^\mu + M_2^{*2} - M_4^{*2}} f(E_{p,4}^*)|_{p_0^*=E_{p,2}^*} \right. \\ & \left. + \frac{\bar{p}^2(1 - \chi^2) - p_\mu^* q^\mu - (M_2^* M_4^* - M_4^{*2})}{q_\mu^2 + 2p_\mu^* q^\mu + M_2^{*2} - M_4^{*2}} f(E_{p,2}^*)|_{p_0^*=E_{p,4}^*} \right] \end{aligned} \quad (\text{E.26})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{R}e \Pi^A(q) = & -4 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{p_0^*} M_2^* M_4^* \left[\frac{f(E_{p,2}^*)}{q_\mu^2 + 2p_\mu^* q^\mu + M_2^{*2} - M_4^{*2}}|_{p_0^*=E_{p,2}^*} \right. \\ & \left. + \frac{f(E_{p,4}^*)}{q_\mu^2 + 2p_\mu^* q^\mu + M_2^{*2} - M_4^{*2}}|_{p_0^*=E_{p,4}^*} \right] \end{aligned} \quad (\text{E.27})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{R}e \Pi_{VA}^3(q) = & 2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{p_0^*} \left[\frac{\bar{p} \chi f(E_{p,2}^*)}{q_\mu^2 + 2p_\mu^* q^\mu + M_2^{*2} - M_4^{*2}}|_{p_0^*=E_{p,2}^*} \right. \\ & \left. + \frac{\bar{p} \chi f(E_{p,4}^*)}{q_\mu^2 + 2p_\mu^* q^\mu + M_2^{*2} - M_4^{*2}}|_{p_0^*=E_{p,4}^*} \right] \end{aligned} \quad (\text{E.28})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{R}e \Pi_{VA}^0(q) = & 2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left[\frac{f(E_{p,2}^*)}{q_\mu^2 + 2p_\mu^* q^\mu + M_2^{*2} - M_4^{*2}}|_{p_0^*=E_{p,2}^*} \right. \\ & \left. + \frac{f(E_{p,4}^*)}{q_\mu^2 + 2p_\mu^* q^\mu + M_2^{*2} - M_4^{*2}}|_{p_0^*=E_{p,4}^*} \right] \end{aligned} \quad (\text{E.29})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{R}e \Pi_S(q) = & 2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{p_0^*} \left[\frac{M_2^*(M_2^* + M_4^*) + p_\mu^* q^\mu}{q_\mu^2 + 2p_\mu^* q^\mu + M_2^{*2} - M_4^{*2}} f(E_{p,2}^*)|_{p_0^*=E_{p,2}^*} \right. \\ & \left. + \frac{M_4^*(M_2^* + M_4^*) - p_\mu^* q^\mu}{q_\mu^2 + 2p_\mu^* q^\mu + M_2^{*2} - M_4^{*2}} f(E_{p,4}^*)|_{p_0^*=E_{p,4}^*} \right] \end{aligned} \quad (\text{E.30})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{R}e \Pi_M(q) = & 2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{p_0^*} \left[\frac{(M_2^* + M_4^*)p_0^* + M_2^* q_0}{q_\mu^2 + 2p_\mu^* q^\mu + M_2^{*2} - M_4^{*2}} f(E_{p,2}^*)|_{p_0^*=E_{p,2}^*} \right. \\ & \left. + \frac{(M_2^* + M_4^*)p_0^* - M_4^* q_0}{q_\mu^2 + 2p_\mu^* q^\mu + M_2^{*2} - M_4^{*2}} f(E_{p,4}^*)|_{p_0^*=E_{p,4}^*} \right] \end{aligned} \quad (\text{E.31})$$

avec $\chi = \cos(\hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{q}})$.

Références

- [Alf98] W.P.Alford, B.M.Spicer, Advances in Nuclear Physics vol 24,edited by J.W.Negele and E.Vogt,(Plenum press,1998),1
- [Arn66] W.D.Arnett, Can.J.Phys. **44** (1966) 2553 .
- [Baa34] W.Baade & F.Zwicky, Proc.Nat.Acad.Sci. **20** (1934) 255.
- [Bal94] M.Baldo & L.S.Ferreira, Phys.Rev. **C 50** (1994) 1887.
- [Bal99] Nuclear methods and the nuclear equation of state, ed. Marcello Baldo, World Scientific, International Review of Nuclear Physics vol 8 (1999).
- [Bal92] R.Balian & M.Veneroni, Ann.Phys. (N.Y.) **216** (1992) 351.
- [Bar82] J.Bartel et al., Nucl.Phys. **A 386** (1982) 79.
- [Bar85] E.Baron, J.Cooperstein and S.Kahana, Phys.Rev.Lett. **55** (1985)126.
- [Bas90] J.L.Basdevant, Ph.Chomaz & D.Vautherin, IPNO/TH 90-48, non publié.
- [Bei75] M.Beiner, H.Flocard, Nguyen Van Giai & P.Quentin, Nucl.Phys. **A 238** (1975) 29.
- [Ber91] J.-F.Berger, M.Girod & D.Gogny, Comp.Phys.Comm. 63 (1991) 365.
- [Ber75] G.Bertsch and S.F.Tsai, Phys.Rep. **18** (1975) 125.
- [Ber95] P.Bernardos, S.Marcos, R.Niembro & M.L.Quelle, Phys.Lett.**B 356** (1995) 175.
- [Bet79] G.E.Bethe, G.E.Brown and J.Applegate, Nucl.Phys. **B 348** (1979) 345.
- [Bet85] H.A.Bethe and J.R.Wilson, Astrophys. J. **295** (1985) 14.
- [Bio87] R.M.Bionta, et. al. Phys. Rev. Lett. **58** (1987) 1494.
- [Bjo65] J.D.Bjorken & S.D.Drell, Relativistic Quantum Mechanics, McGraw-Hill, New-york (1965).
- [Bjo80] S.Bjornholm & J.E.Lynn, Revs.Mod.Phys. **52** (1980) 725.
- [Bla95] J.P.Blaizot, J.F.Berger, J.Dechargé, & M.Girod, Nucl.Phys. **A 591** (1995) 435.
- [Bog77] J.Boguta & A.R.Bodmer, Nucl.Phys.**A 292** (1977) 413.
- [Bou87] A.Bouyssy, J.-F.Mathiot, Nguyen Van Giai & S.Marcos, Phys.Rev.**C 36** (1987) 230.

- [Bra95] F.L.Braghin, D.Vautherin & A.Abada, Phys.Rev.C **52** (1995) 2504.
- [Bri67] D.Brink & E.Boeker, Nucl.Phys. **91** (1967) 1.
- [Bro88] G.E.Brown (eds), The theory of supernova, Phys.Rep. **163** (1988)1.
- [Bro90] R.Brockmann & R.Machleidt, Phys.Rev. C **42** (1990) 1965.
- [Bro98] B.A. Brown, Phys.Rev. C **58** (1998) 220.
- [Bru55] K.A.Brueckner, Phys.Rev. **97** (1955) 1353.
- [Bur57] E.Burbidge, G.Burbidge, W.Fowler & A.Hoyle, Revs.Mod.Phys. **29** (1957) 547.
- [Bur88] A.Burrows, Astrophys. J. **334** (1988) 891 ; Ann. Rev. Nucl. Sci. **40** (1990) 181.
- [Cha97] E.Chabanat et al, Nucl.Phys. A **627** (1997) 710.
- [Cha98] E.Chabanat et al, Nucl.Phys. A **635** (1998) 231.
- [Chi77] S.A.Chin,Ann.Phys.(N.Y.) **108** (1977) 301.
- [Cho90] P.Chomaz, D.Vautherin & N.Vinh Mau, Phys. Lett. B **242** (1990) 313.
- [Col66] S.A.Colgate & R.H.White, Astrophys.J. **143** (1966) 626.
- [Coo84] J.Cooperstein, H.A.Bethe and G.E.Brown, Nucl. Phys. A **429** (1984) 527.
- [Cza01] A.Czarnecki & W.j.Marciano, hep-ph/0102122
- [Dab78] J.Dabrowski, W.Piechocki, J.Rozynek & P.Haensel, Phys.Rev. C **17** (1978) 1516.
- [Das89] B.K.Das, R.K.Satpathy & I.P.Mishra, Aust.J.Phys. **42** (1989) 257.
- [Daw90] J.F.Dawson and R.F.Furnstahl, Phys.Rev. C **42** (1990) 2009.
- [Don96] T.W.Donnely, Advances in Nuclear Physics vol 22,edited by J.W.Negele and E.Vogt,(Plenum press,1996)
- [Far99] M.Farine, D.Van-Eiff, P.Schuck, J.-F.Berger, J.Dechargé & M.Girod, J.Phys.G : Nucl.Part.Phys. **25** (1999) 863.
- [Fet71] A.L.Fetter & J.D.Walecka, quantum Theory of Many-Particle Systems, McGraw-Hill, New-York (1971).
- [Gam40] G.Gamow & M.Schoenberg, Phys.Rev. **58** (1940) 1117.
- [Gar92] C.García-Recio, J.Navarro, Nguyen Van Giai & L.L.Salcedo, Ann. Phys. (N.Y.) **214** (1992) 293.
- [Geo84] H.Georgi, Weak Interactions and Modern Particle Theory, Addison-Wesley (1984).
- [Gle91] N.K.Glendenning & S.Moszkowski, Phys.Rev.Lett. **67** (1991) 2414.
- [Gle00] N.K.Glendenning, Compact Stars, Springer (2000).

- [Gog75] D.Gogny, Proceedings of the international Conference on Nuclear Self-Consistent Fields, Trieste, G.Ripka & M.Porneuf, Eds. North Holland, Amsterdam (1975).
- [Gog77] D.Gogny & R.Padjen, Nucl.Phys.A **293** (1977) 365.
- [Gol69] T.Gold, Nature **221** (1969) 25.
- [Gri] D.Griffiths Introduction to elementary particles, Harper & Row, N-Y.
- [Hae87] P.Haensel, A.Jersak, Astro. Astrophys. **179** (1987) 127.
- [Hae96] P.Haensel & S.Bonazzola, Astron.Astrophys. **314** (1996) 1017.
- [Hal84] F.Halzen & A.D.Martin, Quark & Leptons, Wiley (1984).
- [Han97] S.Hannestad, G.Raffelt astro-ph/9711132
- [Her96] E.S.Hernandez, J.Navarro, A.Polls & J. Ventura, Nucl.Phys. A **597** (1996) 1.
- [Her97a] E.S.Hernández, J.Navarro, A.Polls & J. Ventura, Nucl.Phys. A **627** (1997) 460.
- [Her97b] E.S.Hernández, J.Navarro & A.Polls, Phys.Lett. B **413** (1997) 1.
- [Her99] E.S.Hernández, J.Navarro & A.Polls, Nucl.Phys. A **658** (1999) 327.
- [Hir87] K. Hirata, et. al. Phys. Rev. Lett. **58** (1987) 1490.
- [Hor81] C.J.Horowitz and B.D.Serot, Nucl.Phys. A **368** (1981) 503.
- [Hor91a] C.J.Horowitz and K.Wehrberger, Nucl.Phys. A **531** (1991) 665.
- [Hor91b] C.J.Horowitz, K.Wehrberger, Phys.Lett. B **266** (1991) 236.
- [Hul94] R.A.Hulse, Revs.Mod.Phys. **66** (1994) 699.
- [Itz80] C.Itzykson & J-B.Zuber, Quantum Field Theory, McGraw-Hill, New-York (1980).
- [Iwa82] N.Iwamoto, C.J.Pethick, Phys. Rev. D **25** (1982) 313.
- [Jac62] J.D.Jackson, Classical Electrodynamics, Wiley, New-York (1962).
- [Jan96] H.T.Janka & E.Müller, Astron.Astrophys. **306** (1996) 167.
- [Jia01] Weizhou Jiang, J. Margueron, N. Van Giai, The dependance of neutrino propagation on nuclear equations of state.
- [Kad62] L.P.Kadanoff & G.Baym, Quantum Statistical Mechanics, Benjamin (1962).
- [Kei95] W.Keil and H.T.Janka, Astron. & Astrophys. **296** (1995) 145.
- [Kim95] H.Kim, J.Piekarewicz, C.J.Horowitz Pys.Rev. C **51** (1995) 2739.
- [Kri80] H.Krivine, J.Treiner & O.Bohigas, Nucl.Phys. A **336** (1980) 155.
- [Kur85] H.Kurasawa and T. Suzuki, Nucl.Phys. A **445** (1985) 685.
- [Kur00] H.Kurasawa and T. Suzuki, Phys. Lett. B **474** (2000) 262.

- [Kut89] M.Kutschera & W.Wójcik, *Phys.Lett.* **B 223** (1989) 11.
- [Kut94] M.Kutschera & W.Wójcik, *Phys.Lett.* **B 325** (1994) 271.
- [Lal97] G.A.Lalazissis, J.König and P.Ring, *Phys.Rev.* **C 55** (1997) 540.
- [Lat91] J.M.Lattimer, C.J.Pethick, M.Prakash & P.Haensel, *Phys.Rev.Lett.* **66** (1991) 2701.
- [Lhu89] M.L'Huillier & Nguyen Van Giai, *Phys.Rev.* **C 39** (1989) 2022.
- [Ma01] Z.Y.Ma, Nguyen Van Giai, A.Wandelt, D.Vretenar & P.Ring, *Nucl.Phys.* **A 686** (2001) 173.
- [Mar95] N.H.March, W.H.Young & S.Sampanthar, *The many-body problem in quantum mechanics*, Dover (1995).
- [Mar01a] J.Margueron, J.Navarro & Van Giai Nguyen, *Instabilities in nuclear matter with effective forces*, en preparation.
- [Mar01b] J.Margueron, J.Navarro & Van Giai Nguyen, *Medium effects on the propagation of neutrinos in nuclear matter with effective forces*, en preparation.
- [Mar98] J.Marteau, thèse de doctorat, Université Claude-Bernard, Lyon (1998).
- [Max87] O.V.Maxwell, *Astrophys.J.* **316** (1987) 691.
- [Mig67] A.B.Migdal, *Theory of finite Fermi systems and applications to atomic nuclei*(1967, John Wiley & Sons,Ltd.)
- [Mod79] M.Modarres & J.M.Irvine, *J.Phys.* **G 5** (1979) L133.
- [Mol88] P.Möller, W.D.Myers, W.J.Swiatecki & J.Treiner, *At. Data and Nucl. Data Tables* 39 (1988) 225.
- [Mol95] P.Möller, J.R.Nix, W.D.Myers & W.J.Swiatecki, *At. Data and Nucl. Data Tables* 59 (1995) 185.
- [Nav99] J.Navarro, E.S.Hernández, D.Vautherin *Phys.Rev.* **C 60** (1999) 60.
- [Neg72] J.W.Negele & D.Vautherin, *Phys.Rev.* **C 5** (1972) 1472.
- [Ngu81] Nguyen Van Giai & H.Sagawa, *Nucl.Phys.* **A 371** (1981) 1.
- [Ngu99] Nguyen Van Giai and Z.Y. Ma, *RIKEN Review* **23** (1999) 69.
- [Nie90] R.Niembro, S.Marco, M.L.Quelle & J.Navarro *Phys.Lett.* **B 249** (1990) 373.
- [Nie91] R.Niembro, S.Marco, M.L.Quelle & J.Navarro *Phys.Lett.* **B 271** (1991) 277.
- [Oku65] L.B.Okun, *Weak Interaction of Elementary Particles*, translated by S.and M.Nikolic (Pergamon Press,1965).
- [Opp39] J.R.Oppenheimer & G.M.Volkoff, *Phys.Rev.* **55** (1939) 374.
- [Pet92] C.J.Pethick, *Revs.Mod.Phys.* **64** (1992) 1133.

- [Pet95] C.J.Pethick & D.G.Ravenhall, *Annu.Rev.Nucl.Part.Sci.* **45** (1995) 429.
- [Pon99] J.A. Pons, S. Reddy, M. Prakash, J.M. Lattimer, J.A. Miralles, *Astrophys. J.* **513** (1999) 780.
- [Pra97] M.Prakash, I.Bombaci, M.Prakash, P.J.Ellis, J.M.Lattimer, R.Knorren, *Phys.Rep.* **280** (1997) 1.
- [Raf95] G.Raffelt, D.Seckel, *Phys.Rev.* **D 52** (1995) 1780.
- [Ray82] M.Rayet, M.Arnould, F.Tondeur & G.Paulus, *Astron.Astrophys.* **116** (1982) 183.
- [Red98] S.Reddy, M.Prakash & J.M.Lattimer, *Phys. Rev.* **D 58** (1998) 013009.
- [Red99] S.Reddy, M.Prakash, J.M.Lattimer & J.A.Pons, *Phys. Rev.* **C 59** (1999) 2888.
- [Rhe86] P.G.Rheinhard, M.Rufa, J.Maruhn, W.Freiner and J.Friedrich, *Z.Phys.* **A323** (1986) 13.
- [Rin80] P.Ring & P.Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem*, Springer-Verlag (1980).
- [Sai89] K.Saito, T.Maruyama & K.Soutame, *Phys.Rev.* **C 40** (1989) 407.
- [Saw75] R.F.Sawyer, *Phys. Rev.* **D 11** (1975) 2740.
- [Saw79] R.F.Sawyer & A.Soni, *Astrophys.J.* **230** (1979) 859.
- [Sch96] H.J.Schulze, J.Cugnon, A.Lejeune, M.Baldo & U.Lombardo, *Phys.Lett.* **B 375** (1996) 1.
- [Sch00] H.J.Schulze, M.Baldo & Burgio, *Phys. Rev.* **C61**(2000) 055801.
- [Ser86] B.D.Serot & J.D.Walecka, *Advances in Nuclear Physics* vol 16,edited by J.W.Negele and E.Vogt,(Plenum press,1986)
- [Ser97] B.D.Serot & J.D.Walecka, *Int.J.of.Mod.Phys.E6* (1997) 515
- [Sha93] M.M.Sharma, M.A.Nagarajan and P.Ring, *Phys.Lett.* **B 312** (1993) 377.
- [Sky56] T.H.R.Skyrme, *Phil.Mag.* **1** (1956) 1043.
- [Sky59] T.H.R.Skyrme, *Nucl.Phys.* **9** (1959) 615.
- [Sla68] A. Slam, *Elementary particle theory : Relativistic Groups and Analyticity*, edit by N.Svartholm (Almqvist and Wicksell Stockholm,1968).
- [Su88] R.K.Su, H.Q.Song & T.T.S.Kuo, *Phys.Rev.* **C 37** (1988) 1770.
- [Sug94] Y.Sugahara & H.Toki, *Nucl.Phys.* **A 579** (1994) 557.
- [Sur98] E.Suraud, *La matière nucléaire*, Hermann (1998).
- [Swi94] W.J. Swiatecki, *Nucl.Phys.***A 574** (1994) 237c.
- [Tay94] J.H.Taylor, *Revs.Mod.Phys.* **66** (1994) 711.
- [Tub75] D. Tubbs & D. Schramm, *Astrophys.J.* **201** (1975) 467.

- [Vau72] D.Vautherin & D.M.Brink, Phys.Rev. **C 5** (1972) 626.
- [Vau96] D.Vautherin, Advances in Nuclear Physics vol 22,edited by J.W.Negele and E.Vogt, (Plenum press,1996)
- [Vid84] A.Vidaurre, J.Navarro & J.Bernadéu, Astron.Astrophys. **135** (1984) 361.
- [Wal74] J.D.Walecka, Ann.Phys.(N.Y.) **83** (1974) 491.
- [Wie98] M.Wiescher in Nuclear and Particle Astrophysics, Eds. J.G.Hirsch & D.Page (Cambridge University Press, 1998) 79.
- [Wir88] R.B.Wiringa, V.Fiks and A.Fabrocini, Phys.Rev. **C 38** (1988) 1010.
- [Wir93] R.B. Wiringa, Rev.Mod.Phys. 65 (1993) 231.
- [Yam99] S.Yamada and H.Toki, Phys.Rev. **C 61** (1999) 015803-1.
- [Yuk35] H.Yukawa, Proc.Phys.Math.Soc.Japan **17** (1935) 48.
- [Zve95] M.V.Zverev, R.U.Khafizov, V.A.Khodel & V.R.Shaginyan, Phys.Atom.Nuclei **58** (1995) 1494.

Table des figures

2.1	Énergie de liaison E/A dans la matière nucléaire. Modèles non relativistes. Les triangles sont associés aux différentes forces de type Skyrme et les carrés aux forces de Gogny.	27
2.2	Énergie de liaison E/A dans la matière nucléaire. Modèles relativistes . .	27
2.3	Énergie de liaison E/A dans la matière nucléaire. Comparaison des différents modèles avec les équations d'état variationnelles [Wir88].	27
2.4	Énergie par particule E/A dans la matière de neutrons pour différentes forces de Skyrme et de Gogny.	30
2.5	Énergie par particule E/A dans la matière de neutrons pour différents modèles relativistes.	30
2.6	Énergie par particule E/A dans la matière de neutrons pour les forces de Skyrme et de Gogny qui nous intéressent comparée à deux calculs variationnels (UV14+UVII et AV14+UVII).	30
2.7	Masses effectives dans la matière de neutrons en fonction de la densité pour différentes forces de Skyrme et de Gogny.	31
2.8	Masses effectives dans la matière de neutrons en fonction de la densité pour différentes forces relativistes.	31
2.9	Potentiel chimique effectif dans la matière de neutrons en fonction de la densité.	32
2.10	Évolution du potentiel chimique effectif dans la matière de neutrons en fonction de la température. Les résultats correspondent à l'interaction SLy230a.	32
2.11	Comparaison des énergies par particules dans la matière de neutrons (trait plein) et dans la matière symétrique (tiret).	34
2.12	Fraction protonique en fonction de la densité pour différentes températures. Neutrinos non-dégénérés ($\mu_\nu = 0$).	34
2.13	Fraction protonique en fonction de la densité pour différentes températures. $Y_l=0.4$	36
2.14	$E(S)/A$ en fonction de la densité pour différentes polarisations ($S = 0, 0.2, 0.4, \dots$). Les résultats correspondent à SLy230a	36

2.15	$E(S)/A - E(S=0)/A$ en fonction de S pour différentes densités. Le trait fort correspond à la densité de saturation, puis 0.6, 0.7, 0.8. Les résultats correspondent à SLy230a.	38
3.1	Energie d'asymétrie d'isospin dans la matière nucléaire symétrique pour un jeu de forces de Skyrme. On montre aussi les résultats du calcul variationnel de Wiringa et le rectangle noir représente le résultat de l'analyse expérimentale [Mol88, Swi94, Mol95].	42
3.2	Energie d'asymétrie de spin dans la matière nucléaire symétrique pour un jeu de forces de Skyrme.	42
3.3	Paramètres de Landau G_0 et le paramètre G_0^- dans la matière nucléaire symétrique en fonction de la densité et pour différentes forces de type Skyrme.	47
3.4	Densité d'instabilité ferromagnétique ρ_f en fonction de l'asymétrie en proton. $X_p = 0$ correspond à la matière de neutrons, $X_p = 0.5$ à la matière nucléaire.	47
3.5	$1/\chi$ calculé avec D1 en fonction de la densité pour les différentes asymétries X_p indiquées.	49
4.1	Les deux processus élémentaires de diffusion de neutrinos à une boucle. Les moments p_i sont les moments initiaux et finaux des nucléons $i = 2, 4$. Les bosons de jauge massifs W^\pm et Z^0 transportent le moment q . Le moment du neutrino entrant est q_1 , celui du neutrino ou du lepton émergent est q_3	54
4.2	Représentation graphique de l'intégrand permettant de calculer la partie imaginaire de $\chi_0(q, T)$. Correspondance entre l'intégrand et la partie imaginaire. La contribution à l'intégrand est donnée par la partie hachurée.	59
4.3	Parties imaginaire et réelle de la fonction de Lindhard $\chi_0(q, T)$ dans la matière de neutrons, en fonction de l'énergie q_0 pour $T = 0$ MeV (trait tiret) et $T = 20$ MeV (trait fort). On a fixé $\rho = \rho_0$, $q = k_F/2$, et la force est SLy230b.	59
4.4	Parties imaginaire et réelle de la susceptibilité $\chi_0(q, T)$ dans la voie pn^{-1} en fonction de l'énergie q_0 pour différentes asymétries. La fraction protonique $X_p = \rho_p/\rho$ est indiquée pour chacune des courbes. On a fixé $\rho = \rho_0$, $q = k_F/2$, $T = 0$ et utilisé la force SLy230b.	59
4.5	Terme direct et d'échange de l'interaction particule-trou	62
4.6	Susceptibilités généralisées à $T=0$ et $q = k_F$ dans la matière de neutrons à $\rho = \rho_0$. La force est SLy230a.	64

4.7	Susceptibilités généralisées à $T=10\text{MeV}$ et $q = k_F/2$ dans la matière de neutrons à $\rho = \rho_0$. La force est SLy230a.	64
4.8	Fonctions de structure dynamique $S^{(0)}$ et $S^{(1)}$ pour $q = k_F/60$ et $T = 1\text{ MeV}$. La force est SLy230a. La densité est fixée à la densité de saturation.	66
4.9	Fonctions de structure dynamique $S^{(0)}$ et $S^{(1)}$ pour $q = k_F/3$ et $T=0$. La force est SLy230a. La densité est fixée à la densité de saturation.	66
4.10	Interaction résiduelle dans le canal $S = 1$ en fonction de l'énergie transférée pour l'interaction-Landau monopolaire (trait fort) et l'interaction-Landau (trait tiret). Résultats pour $q = k_F/2$ et pour la force SLy230b.	66
4.11	Fonctions de structure dynamique $S^{(0)}$ et $S^{(1)}$ pour $q = 0.1k_F$ et différentes températures. La force est SLy230a. La densité est fixée à la densité de saturation.	67
4.12	Lien entre la fonction de réponse et la fonction diélectrique calculées à ρ_0 pour $q = k_F/2$ à l'approximation RPA-Landau monopolaire (trait continu) et RPA (trait tiret) dans les canaux de spin $S=0$ et $S=1$ pour la force SLy230b. En traits gras, résultats à $T = 0$ et en traits fins à $T=30\text{MeV}$	67
4.13	Lien entre la fonction de réponse et la fonction diélectrique calculées à $2\rho_0$ pour $q = k_F/2$ à l'approximation RPA-Landau monopolaire (trait continu) et RPA (trait tiret) dans les canaux de spin $S=0$ et $S=1$ pour la force SLy230b. En traits gras, résultats à $T = 0$ et en traits fins à $T=30\text{MeV}$	69
4.14	Fonction de réponse pour la diffusion dans le canal de spin $S = 1$. Résultats pour la force SLy230b dans la matière de neutrons, $q/k_F = 0.1\text{MeV}$. Les nombres représentent la densité (en unité de densité de saturation) à laquelle la fonction de réponse est calculée.	69
4.15	Effet de la température sur la densité de transition. Résultats pour la force SLy230b.	71
4.16	Fonction de structure dans la voie d'échange de charge $S^{(0)}$ et $S^{(1)}$ pour $q = k_F/3$ et $T=0$. La force est SLy230a, à la densité de saturation. Les 4 figures correspondent à quatre fractions protoniques différentes. Réponse HF (trait continu), réponse RPA-Landau monopolaire dans le canal $S = 0$ (pointillés), réponse RPA-Landau monopolaire dans le canal $S = 1$ (tirets)	71
5.1	Energies cinétiques de Hartre-Fock, et énergies potentielles calculées dans différentes approximations (eqs.(5.2-5.4). La force est D1.	75

5.2	Parties imaginaire (cercles) et réelle (losanges) de χ_0 en fonction de q_0 calculées exactement et avec l'approximation \mathcal{U}_2 (traits). Le graphe de gauche correspond à $q = k_F/10$, le trait fort est calculé à $T=0$ et le pointillé à $T=10$ MeV. Le graphe de droite correspond à $q = k_F$, le trait fort est calculé à $T=0$ et le pointillé à $T=40$ MeV. Ces calculs ont été effectués avec la force de Gogny D1P.	75
5.3	Fonctions de structure dans la matière de neutrons pour $q = k_F/3$, $\rho = \rho_0$ et la force D1P. Premier panneau : réponses d'un gaz libre (trait continu) et Hartree-Fock (pointillés) à $T = 0$, et Hartree-Fock à $T = 10$ MeV (tirets). Deuxième panneau : réponses RPA pour le canal de spin $S = 0$, Landau monopolaire à $T = 0$ (trait continu), Landau (monopolaire+dipolaire) à $T = 0$ (pointillés), Landau (monopolaire+dipolaire) à $T = 10$ MeV (tirets). Troisième panneau : comme le deuxième panneau, mais pour $S = 1$	78
6.1	Pôles de la fonction de Green à 2 points dans le plan complexe de q_0 ($T = 0$).	81
6.2	Polarisabilité particule-trou	82
6.3	Fonctions de réponses relativistes dans la matière de neutrons en fonction de l'énergie transférée pour 3 densités différentes. La température est fixée à 1 MeV et on a pris NL3.	85
6.4	Fonctions de réponses relativistes dans la matière de neutrons en fonction de l'énergie transférée pour 3 densités différentes. La température est fixée à 50 MeV et on a pris NL3.	85
7.1	Espace des phases.	91
7.2	Distribution de taux de réaction en fonction de l'énergie échangée. On a fixé $\rho = \rho_0$ et la force est SLy230b.	94
7.3	λ_n en fonction de la densité pour différentes approximations. A gauche, on représente les résultats pour la force SLy230b et à droite pour D1P. On représente $\lambda_n(\text{libre})$ (trait) qui montre l'effet de Pauli, puis la quantité $(m^*/m)^2 \lambda_n(\text{H-F})$ (pointillés) qui montre l'effet du potentiel chimique effectif par rapport à $\lambda_n(\text{libre})$, et enfin, $\lambda_n(\text{H-F})$ (tirets) qui contient la dépendance en masse effective. On a fixé $T = 5$ MeV.	94
7.4	Evolution du libre parcours moyen avec la température où l'on distingue l'effet de Pauli (points-tirets) et l'effet supplémentaire du champ moyen pour SLy230b (pointillés) et D1P (tirets). On a fixé la densité à ρ_0	96

7.5	Libre parcours moyen pour les forces SLy230b (trait continu) et D1P (tirets) à l'approximation Hartree-Fock, et NL3 (points-tirets) à l'approximation du champ moyen relativiste. On a fixé deux températures typiques de la proto-étoile à neutrons : 10 MeV et 40 MeV.	96
7.6	Rapport des libres parcours moyens calculés en RPA et en Hartree-Fock. On représente les résultats pour la force SLy230b (continu) et D1P (tirets). Il y a trois épaisseurs de trait selon le type de RPA effectuée. On a fixé la température à $T = 10$ MeV et $E_1 = 3T$	97
7.7	Evolution du libre parcours moyen avec le potentiel chimique μ_ν pour des neutrinos dégénérés.	97
7.8	Libres parcours moyens λ_S pour la diffusion dans la matière asymétrique sans neutrinos ($\mu_\nu = 0$), calculés à l'approximation du champ moyen pour NL3 (traits continus) et SLy230b (tirets). On a fixé $E_1 = 3T$	100
7.9	Libres parcours moyens λ_A pour l'absorption dans la matière asymétrique sans neutrinos ($\mu_\nu = 0$), calculés à l'approximation du champ moyen pour NL3 (traits continus) et SLy230b (tirets). On a fixé $E_1 = 3T$ pour 2 températures $T = 20$ MeV et $T = 40$ MeV.	100
7.10	Libres parcours moyens λ_S pour la diffusion dans la matière asymétrique avec neutrinos ($Y_l = 0.4$) calculés à l'approximation du champ moyen pour NL3 (traits continus) et SLy230b(tirets). On représente les résultats pour la diffusion sur les électrons (points-traits), sur les neutrons en tracé gris (traits continus pour NL3, tirets pour SLy230b) et sur les protons en tracé noir (traits continus pour NL3, tirets pour SLy230b). On a fixé $E_1 = \mu_\nu$	102
7.11	Libres parcours moyens λ_A d'absorption dans la matière asymétrique avec neutrinos ($Y_l = 0.4$) calculés à l'approximation du champ moyen pour NL3 (traits continus) et SLy230b(tirets). On a fixé $E_1 = \mu_\nu$ pour 2 températures $T = 20$ MeV et $T = 40$ MeV.	102
7.12	Rapport des libres parcours moyens calculés en RPA et en Hartree-Fock pour la force SLy230b. L'influence de la température est très faible et repousse l'instabilité à une densité un peu plus élevée.	103

Liste des tableaux

2.1	Propriétés de la matière nucléaire avec des forces de Skyrme et de Gogny.	28
2.2	Propriétés de la matière nucléaire issues des calculs variationnels [Wir88].	28
2.3	Propriétés de la matière nucléaire avec des modèles relativistes.	28
2.4	Densités d'instabilité en isospin ρ_i	34
3.1	Densités d'instabilité ferromagnétique ρ_f (en fm ⁻³) dans la matière de neutrons et dans la matière nucléaire pour un jeu de forces non-relativistes.	48
A.1	Paramétrisation des forces de Gogny.	109
A.2	Paramétrisation des forces relativistes.	110

Nous étudions les processus d'interaction élémentaires entre les neutrinos et le milieu dense d'une proto-étoile à neutrons. Nous discutons d'abord les équations d'état obtenues avec différentes interactions nucléaires effectives (Skyrme, Gogny, Lagrangiens relativistes) et nous caractérisons leur domaine de stabilité en spin et en isospin. Nous dérivons l'expression de la susceptibilité magnétique pour toute asymétrie d'isospin en fonction des paramètres de Landau $G_0^{\tau\tau'}$ (où τ, τ' =proton ou neutron). De cette étude, nous retenons une paramétrisation pour chacun des 3 types de forces effectives : SLy230b, D1P et NL3. Puis, nous calculons les fonctions de réponse de la matière pure de neutrons et dans la matière nucléaire asymétrique pour les voies avec et sans échange de charge, les corrélations nucléaires étant décrites à la fois dans une approche non relativiste (Hartree-Fock puis RPA complète) et dans une approche relativiste (à l'approximation Hartree). Enfin, nous calculons le libre parcours moyen des neutrinos pour les processus de courant neutre et pour les processus par courants chargés. Les comparaisons des approches non-relativistes et des approches relativistes nous permettent d'identifier des effets relativistes dans la matière nucléaire pour des densités à peine deux fois supérieures à la densité de saturation. Les corrélations RPA rendent le milieu plus transparent aux neutrinos par rapport au gaz de Fermi libre. Cette étude montre l'importance de la masse effective sur le calcul du libre parcours moyen.

mots clefs : matière nucléaire en équilibre beta, instabilité, ferromagnétisme, interaction effective, Skyrme, Gogny, lagrangiens effectifs relativistes, fonctions de réponse, susceptibilités généralisées, polarisabilité, libre parcours moyen des neutrinos.

We study the elementary interactions between neutrinos and dense matter in a proto-neutron star. Equations of state obtained with different nuclear effective interactions (Skyrme, Gogny, Relativistic Lagrangians) are first discussed. Then, we characterize their stability in spin and isospin. We derive magnetic susceptibilities for all isospin asymmetry values as a function of Landau parameters $G_0^{\tau\tau'}$ (where τ, τ' =proton or neutron). From this work, we select a parametrization for each of the 3 effective forces : Sly230b,D1P,NL3. We calculate the pure neutron matter and asymmetric nuclear matter response functions with and without charge exchange, describing nuclear correlations in both approaches : non-relativistic (Hartree-Fock with Skyrme forces, then complete RPA) and relativistic (in the Hartree approximation). At the end, we calculate neutrino mean free paths for neutral current and charged current reactions. Comparisons between relativistic and non-relativistic approaches allow us to identify relativistic effects in nuclear matter at densities as low as twice the saturation density. RPA correlations make the medium more transparent to neutrinos compared to free Fermi gas. The importance of the effective mass in mean free path calculations is also shown.

key words : nuclear matter in beta equilibrium, instabilities, ferromagnetism, effective interaction, Skyrme, Gogny, relativistic effective lagrangian, response functions, generalised susceptibilities, polarizabilities, neutrino mean free paths.